ORTAÖĞRETİM

TEMEL DÜZEY MATEMATİK 12

DERS KİTABI

YAZARLAR

Derviş Kemal YILDIZ
Mehmet Sami AĞCA
Mehmet ŞEN
Yalçın ÖZDEMİR

DEVLET KİTAPLARI
İKİNCİ BASKI
…………………….., 2019

MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI YAYINLARI ....: 6670
DERS KİTAPLARI DİZİSİ ....: 1745

HAZIRLAYANLAR

EDİTÖR Doç. Dr. Sezer SORGUN

DİL UZMANI Murat YILDIZ

PROGRAM GELİŞTİRME UZMANI Ergül SIRKINTI

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME UZMANI Günay DURUCAN

REHBERLİK VE GELİŞİM UZMANI Davut ŞENYÜREK

GÖRSEL/GRAFİK TASARIM UZMANI Burhan ALKAN
Yasemin CEYHAN

ISBN 978-975-11-4604-5

Millî Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulunun 28.05.2018 gün ve 78 sayılı kararı ile ders kitabı olarak kabul edilmiş, Destek Hizmetleri Genel Müdürlüğünün 28.05.2019 gün ve 10443977 sayılı yazısı ile ikinci defa 50.060 adet basılmıştır.



İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif Ersoy

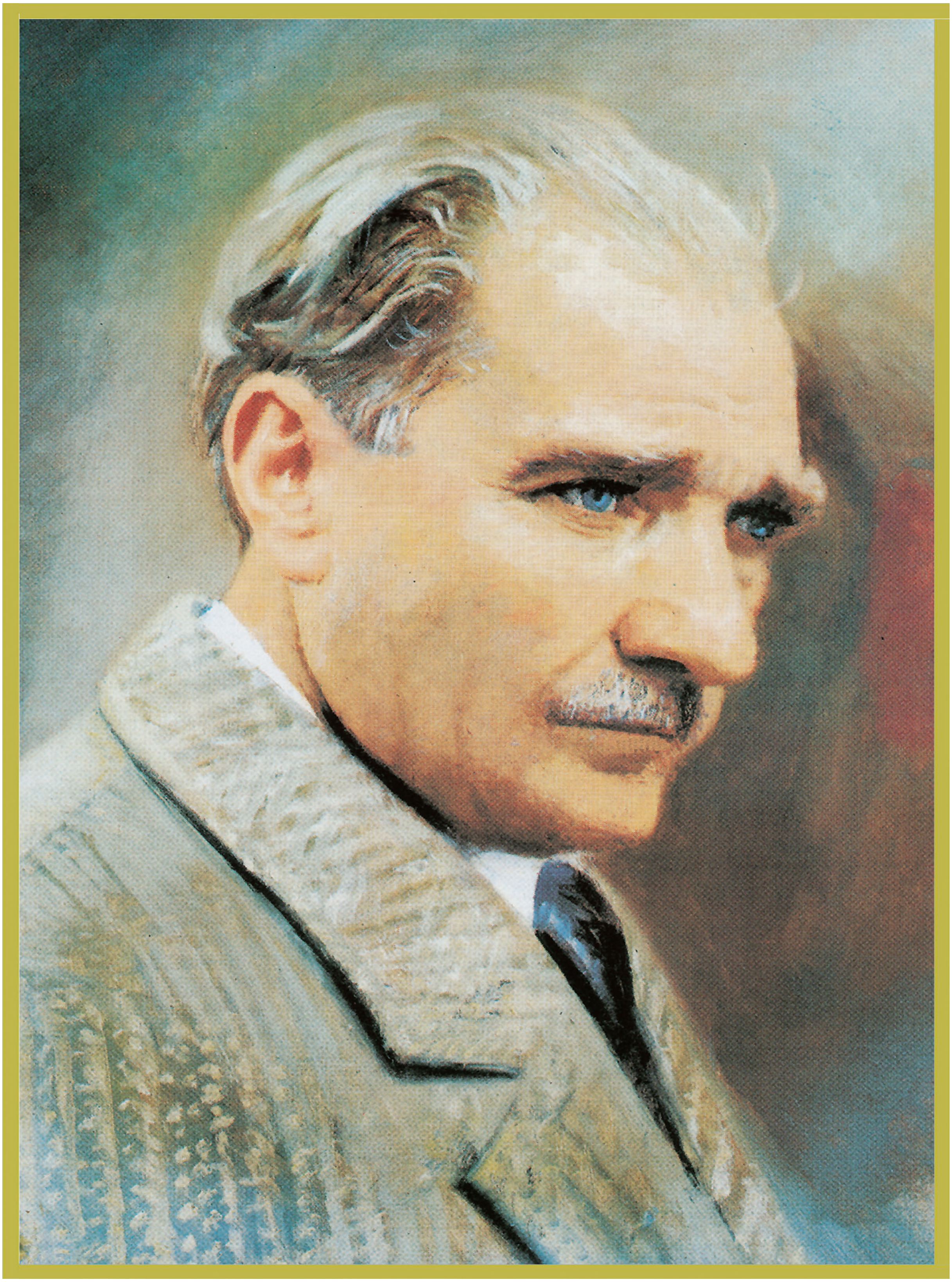
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



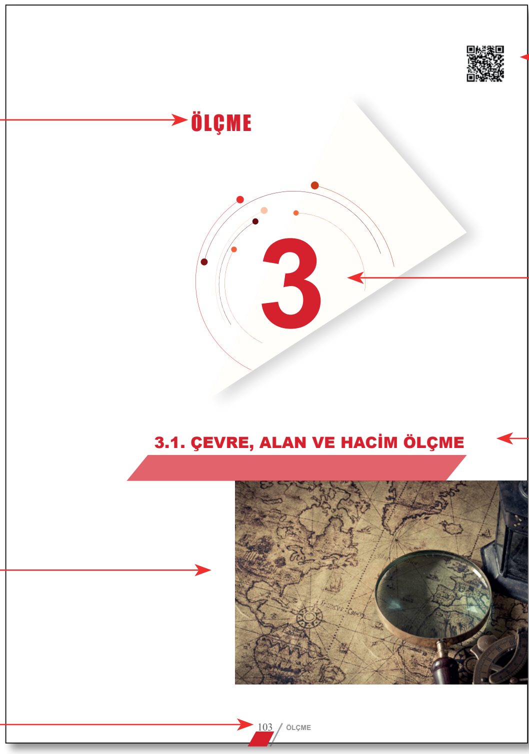
MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

İÇİNDEKİLER

KİTABIN TANITIMI

Öğrenme alanı bu bölümde yer alır.

Karekod bu bölümde yer alır.



Öğrenme alanı numarası bu bölümde yer alır.

Alt öğrenme alanı bu bölümde yer alır.

Öğrenme alanı ile ilgili görsel bu bölümde yer alır.

Sayfa numarası bu bölümde yer alır.

Alt öğrenme alanı bu bölümde yer alır.

Alt öğrenme alanı bu bölümde yer alır.



Öğrenme alanını yansıtan ögeler bu bölümde yer alır.

Öğrenme alanı içinde yer alan kazanımlar bu bölümde yer alır.

Öğrenme alanı içinde yer alan terim ve kavramlar bu bölümde yer alır.

Öğrenme alanı içinde yer alan sembol ve gösterimler bu bölümde yer alır.

KİTABIN TANITIMI

Öğrencilerin konuya yönelik hazır bulunuşluğunu ortaya çıkaran kısım bu bölümde yer alır.



Hazırlık Çalışması

Bilinçli tüketici kimdir?

Bir mal veya hizmeti satın alırken temel gereksinimini ön planda tutan, satın alacağı mal ve hizmetlerin kaliteli, güvenli, ucuz ve sağlıklı olması için araştırma yapan, tüketici haklarını bilen ve savunan, reklamların etkisinde kalarak tüketim ve israf yapmayan kişidir.

Bilinçli tüketicinin özellikleri

- Alışverişe çıkmadan önce alınacaklar listesini yapar.
- Elektronik ürünler alacak ise garantili ürünlere yönelir.
- Satın aldığı ürünlerin faturası veya fişini alır.
- Alacağı ürünler hakkında fiyat araştırması yapar.
- Gıda ürünleri alırken üretim ve son kullanma tarihlerini kontrol eder.
- Hiçbir ürünü görmeden ve incelemeden satın almaz.
- Aldığı ürünlerde TSE damgası olup olmadığını kontrol eder.
- Bir tüketici olarak haklarının yasalarla koruma altına alındığını bilir.
- Aldığı bir üründe sorun olduğunda ürüne ait fiş ya da garanti belgesiyle itiraz edebileceğini bilir.

Araştırma

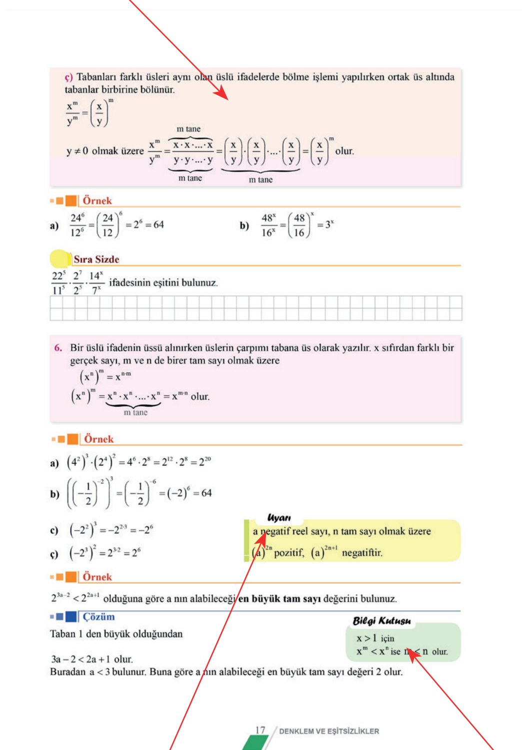
1. Yukarıdaki bilgilerden hareketle tüketici hakları konusunda internetten araştırma yapınız. Yapılan araştırmayla ilgili bir sunu hazırlayınız. Çalışmayı sınıfta arkadaşlarınızla paylaşınız.
2. Bilinçli tüketicinin ülkesi ve ailesine karşı sorumluluklar nelerdir? Araştırınız.

45 DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER

Öğrencilerin bilgi ve birikimlerini artırmak, bu bilgileri yeni uygulamalarda kullanmak için yapılan etkinlikler bu bölümde yer alır.

Konu ile ilgili verilen özellikler bu bölümde yer alır.

Öğrenilen konuları, etkinlik yaparak pekiştirme bu bölümde yer alır.



ç) Tabanları farklı üsleri aynı olan üslü ifadelerde bölme işlemi yapılırken ortak üs altında tabanlar birbirine bölünür.

$$\frac{x^m}{y^m}=\left(\frac{x}{y}\right)^m$$

$y \neq 0$ olmak üzere $\frac{x^m}{y^m}=\frac{\overbrace{x\cdot x\cdot\ldots\cdot x}^{m \text{ tane}}}{\underbrace{y\cdot y\cdot\ldots\cdot y}_{m \text{ tane}}}=\underbrace{\left(\frac{x}{y}\right)\cdot\left(\frac{x}{y}\right)\cdot\ldots\cdot\left(\frac{x}{y}\right)}_{m \text{ tane}}=\left(\frac{x}{y}\right)^m$ olur.

Örnek

a) $\frac{24^6}{12^6}=\left(\frac{24}{12}\right)^6=2^6=64$ b) $\frac{48^x}{16^x}=\left(\frac{48}{16}\right)^x=3^x$

Sıra Sizde

$\frac{22^5}{11^5}\cdot\frac{2^7}{2^5}\cdot\frac{14^x}{7^x}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

6. Bir üslü ifadenin üssü alınırken üslerin çarpımı tabana üs olarak yazılır. x sıfırdan farklı bir gerçek sayı, m ve n de birer tam sayı olmak üzere

$$(x^n)^m=x^{n\cdot m}$$

$(x^n)^m=\underbrace{x^n\cdot x^n\cdot\ldots\cdot x^n}_{m \text{ tane}}=x^{m\cdot n}$ olur.

Örnek

a) $(4^2)^3\cdot(2^4)^2=4^6\cdot 2^8=2^{12}\cdot 2^8=2^{20}$

b) $\left(\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}\right)^3=\left(-\frac{1}{2}\right)^{-6}=(-2)^6=64$

c) $(-2^2)^3=-2^{2\cdot 3}=-2^6$

ç) $(-2^3)^2=2^{3\cdot 2}=2^6$

Uyarı

a negatif reel sayı, n tam sayı olmak üzere $(a)^{2n}$ pozitif, $(a)^{2n+1}$ negatiftir.

Örnek

$2^{3a-2}<2^{2a+1}$ olduğuna göre a nın alabileceği **en büyük tam sayı** değerini bulunuz.

Çözüm

Taban 1 den büyük olduğundan

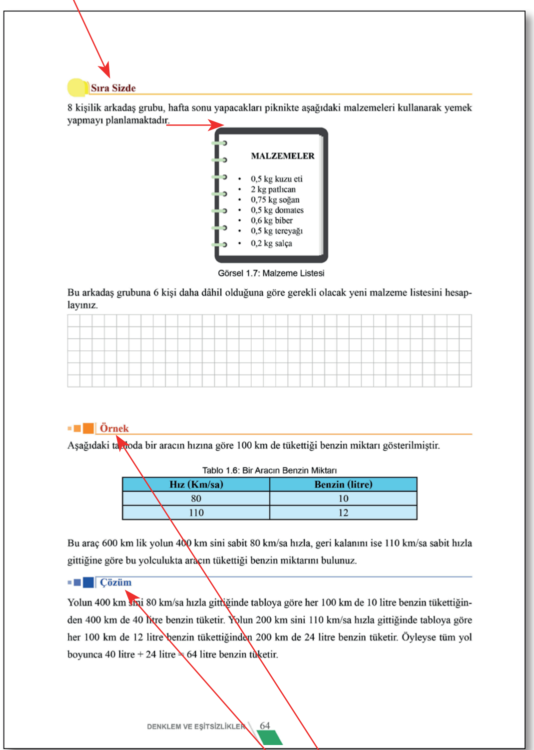
$3a-2<2a+1$ olur.

Buradan $a<3$ bulunur. Buna göre a nın alabileceği en büyük tam sayı değeri 2 olur.

Bilgi Kutusu

$x>1$ için $x^m<x^n$ ise $m<n$ olur.

17 DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER



Sıra Sizde

8 kişilik arkadaş grubu, hafta sonu yapacakları piknikte aşağıdaki malzemeleri kullanarak yemek yapmayı planlamaktadır.

MALZEMELER

- 0,5 kg kuzu eti
- 2 kg patlıcan
- 0,75 kg soğan
- 0,5 kg domates
- 0,6 kg biber
- 0,5 kg tereyağı
- 0,2 kg salça

Görsel 1.7: Malzeme Listesi

Bu arkadaş grubuna 6 kişi daha dâhil olduğuna göre gerekli olacak yeni malzeme listesini hesaplayınız.

Örnek

Aşağıdaki tabloda bir aracın hızına göre 100 km de tükettiği benzin miktarı gösterilmiştir.

Tablo 1.6: Bir Aracın Benzin Miktarı

Hız (Km/sa)	Benzin (litre)
80	10
110	12

Bu araç 600 km lik yolun 400 km sini sabit 80 km/sa hızla, geri kalanını ise 110 km/sa sabit hızla gittiğine göre bu yolculukta aracın tükettiği benzin miktarını bulunuz.

Çözüm

Yolun 400 km sini 80 km/sa hızla gittiğinde tabloya göre her 100 km de 10 litre benzin tükettiğinden 400 km de 40 litre benzin tüketir. Yolun 200 km sini 110 km/sa hızla gittiğinde tabloya göre her 100 km de 12 litre benzin tükettiğinden 200 km de 24 litre benzin tüketir. Öyleyse tüm yol boyunca 40 litre + 24 litre = 64 litre benzin tüketir.

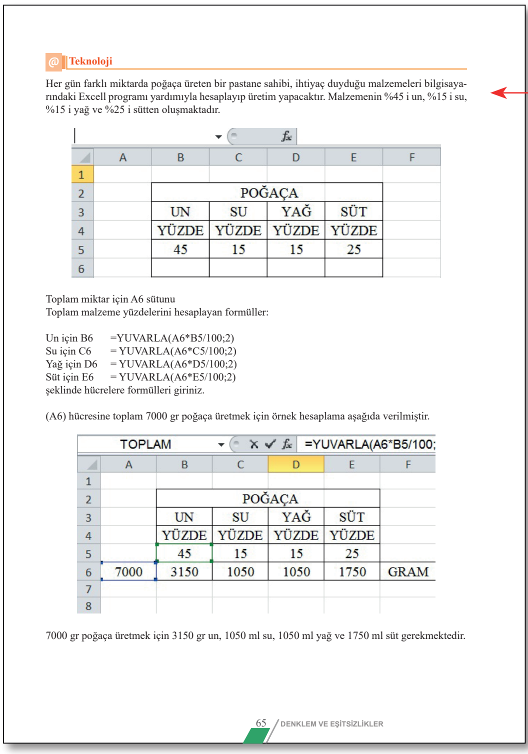
DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER 64

Konuya dikkat çekmek amacıyla yapılan uyarılar bu bölümde yer alır.

Önceki yıllarda öğrenilen bilgiler hatırlatılır.

Örnek soru ve soruların çözümleri bu bölümde yer alır.

KİTABIN TANITIMI



Teknoloji

Her gün farklı miktarda poğaça üreten bir pastane sahibi, ihtiyaç duyduğu malzemeleri bilgisayarındaki Excell programı yardımıyla hesaplayıp üretim yapacaktır. Malzemenin %45 i un, %15 i su, %15 i yağ ve %25 i sütten oluşmaktadır.

	A	B	C	D	E	F
1						
2		POĞAÇA				
3		UN	SU	YAĞ	SÜT	
4		YÜZDE	YÜZDE	YÜZDE	YÜZDE	
5		45	15	15	25	
6						

Toplam miktar için A6 sütunu
Toplam malzeme yüzdelerini hesaplayan formüller:

Un için B6 =YUVARLA(A6*B5/100;2)
Su için C6 =YUVARLA(A6*C5/100;2)
Yağ için D6 =YUVARLA(A6*D5/100;2)
Süt için E6 =YUVARLA(A6*E5/100;2)
şeklinde hücrelere formülleri giriniz.

(A6) hücresine toplam 7000 gr poğaça üretmek için örnek hesaplama aşağıda verilmiştir.

TOPLAM =YUVARLA(A6*B5/100;

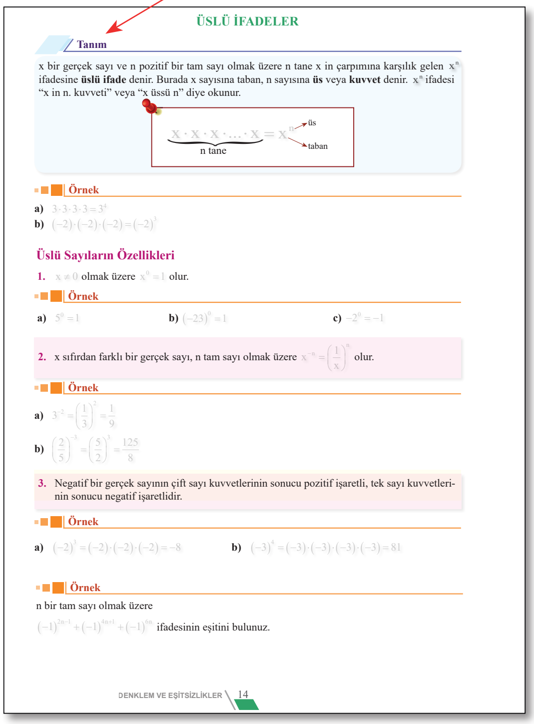
	A	B	C	D	E	F
1						
2		POĞAÇA				
3		UN	SU	YAĞ	SÜT	
4		YÜZDE	YÜZDE	YÜZDE	YÜZDE	
5		45	15	15	25	
6	7000	3150	1050	1050	1750	GRAM
7						
8						

7000 gr poğaça üretmek için 3150 gr un, 1050 ml su, 1050 ml yağ ve 1750 ml süt gerekmektedir.

65 DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER

Öğrenilen bilgileri güncel bilgisayar programlarını kullanarak uygulama bu bölümde yer alır.

Kavramların tanımları bu bölümde yer alır.



ÜSLÜ İFADELER

Tanım

x bir gerçek sayı ve n pozitif bir tam sayı olmak üzere n tane x in çarpımına karşılık gelen x^n ifadesine **üslü ifade** denir. Burada x sayısına taban, n sayısına **üs** veya **kuvvet** denir. x^n ifadesi "x in n. kuvveti" veya "x üssü n" diye okunur.

$\underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{n\ tane} = x^n$ (üs, taban)

Örnek

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$
b) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-2)^4$

Üslü Sayıların Özellikleri

1. $x \neq 0$ olmak üzere $x^0 = 1$ olur.

Örnek

a) $5^0 = 1$ b) $(-23)^0 = 1$ c) $-2^0 = -1$

2. x sıfırdan farklı bir gerçek sayı, n tam sayı olmak üzere $x^{-n} = \left(\frac{1}{x}\right)^n$ olur.

Örnek

a) $3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$
b) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{125}{8}$

3. Negatif bir gerçek sayının çift sayı kuvvetlerinin sonucu pozitif işaretli, tek sayı kuvvetlerinin sonucu negatif işaretlidir.

Örnek

a) $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$ b) $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$

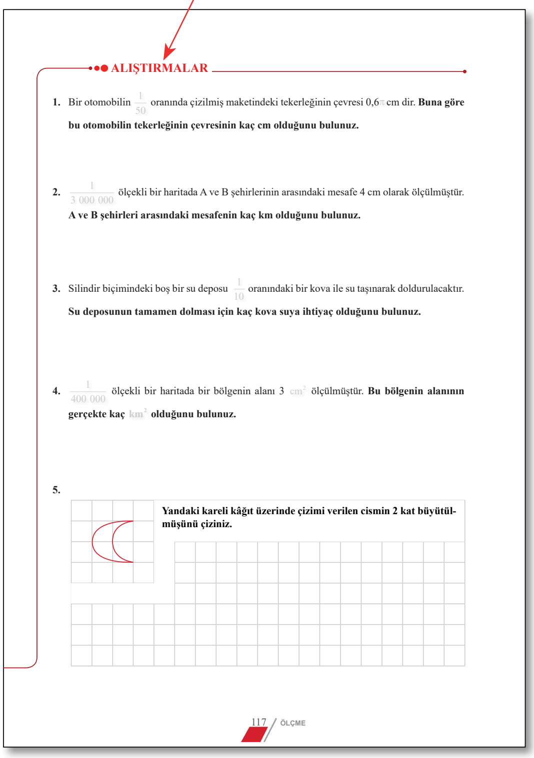
Örnek

n bir tam sayı olmak üzere
$(-1)^{2n-1} + (-1)^{4n+1} + (-1)^{2n}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER 14

Konuların öğrenilme seviyesinin ölçülmesi bu bölümde yer alır.

Kazanımların öğrenilme seviyesinin ölçülmesi bu bölümde yer alır.



ALIŞTIRMALAR

1. Bir otomobilin $\frac{1}{50}$ oranında çizilmiş maketindeki tekerleğinin çevresi 0,6 cm dir. **Buna göre bu otomobilin tekerleğinin çevresinin kaç cm olduğunu bulunuz.**

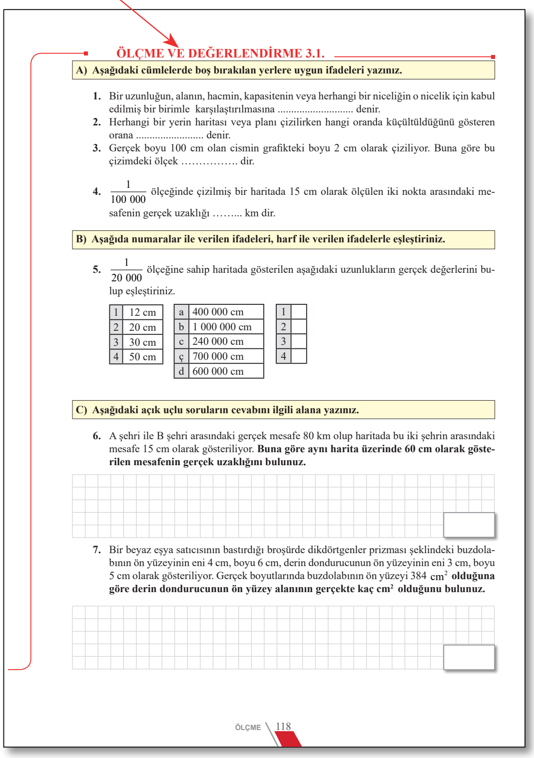
2. $\frac{1}{3\ 000\ 000}$ ölçekli bir haritada A ve B şehirlerinin arasındaki mesafe 4 cm olarak ölçülmüştür. **A ve B şehirleri arasındaki mesafenin kaç km olduğunu bulunuz.**

3. Silindir biçimindeki boş bir su deposu $\frac{1}{10}$ oranındaki bir kova ile su taşınarak doldurulacaktır. **Su deposunun tamamen dolması için kaç kova suya ihtiyaç olduğunu bulunuz.**

4. $\frac{1}{400\ 000}$ ölçekli bir haritada bir bölgenin alanı 3 cm^2 ölçülmüştür. **Bu bölgenin alanının gerçekte kaç km^2 olduğunu bulunuz.**

5. **Yandaki kareli kâğıt üzerinde çizimi verilen cismin 2 kat büyütülmüşünü çiziniz.**

117 ÖLÇME



ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 3.1.

A) Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere uygun ifadeleri yazınız.

1. Bir uzunluğun, alanın, hacmin, kapasitenin veya herhangi bir niceliğin o nicelik için kabul edilmiş bir birimle karşılaştırılmasına .... denir.
2. Herhangi bir yerin haritası veya planı çizilirken hangi oranda küçültüldüğünü gösteren orana .... denir.
3. Gerçek boyu 100 cm olan cismin grafikteki boyu 2 cm olarak çiziliyor. Buna göre bu çizimdeki ölçek .... dir.
4. $\frac{1}{100\ 000}$ ölçeğinde çizilmiş bir haritada 15 cm olarak ölçülen iki nokta arasındaki mesafenin gerçek uzaklığı .... km dir.

B) Aşağıda numaralar ile verilen ifadeleri, harf ile verilen ifadelerle eşleştiriniz.

5. $\frac{1}{20\ 000}$ ölçeğine sahip haritada gösterilen aşağıdaki uzunlukların gerçek değerlerini bulup eşleştiriniz.

1	12 cm	a	400 000 cm	1	
2	20 cm	b	1 000 000 cm	2	
3	30 cm	c	240 000 cm	3	
4	50 cm	ç	700 000 cm	4	
		d	600 000 cm		

C) Aşağıdaki açık uçlu soruların cevabını ilgili alana yazınız.

6. A şehri ile B şehri arasındaki gerçek mesafe 80 km olup haritada bu iki şehrin arasındaki mesafe 15 cm olarak gösteriliyor. **Buna göre aynı harita üzerinde 60 cm olarak gösterilen mesafenin gerçek uzaklığını bulunuz.**

7. Bir beyaz eşya satıcısının bastırdığı broşürde dikdörtgenler prizması şeklindeki buzdolabının ön yüzeyinin eni 4 cm, boyu 6 cm, derin dondurucunun ön yüzeyinin eni 3 cm, boyu 5 cm olarak gösteriliyor. Gerçek boyutlarında buzdolabının ön yüzeyi 384 cm^2 **olduğuna göre derin dondurucunun ön yüzey alanının gerçekte kaç cm^2 olduğunu bulunuz.**

ÖLÇME 118

DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER

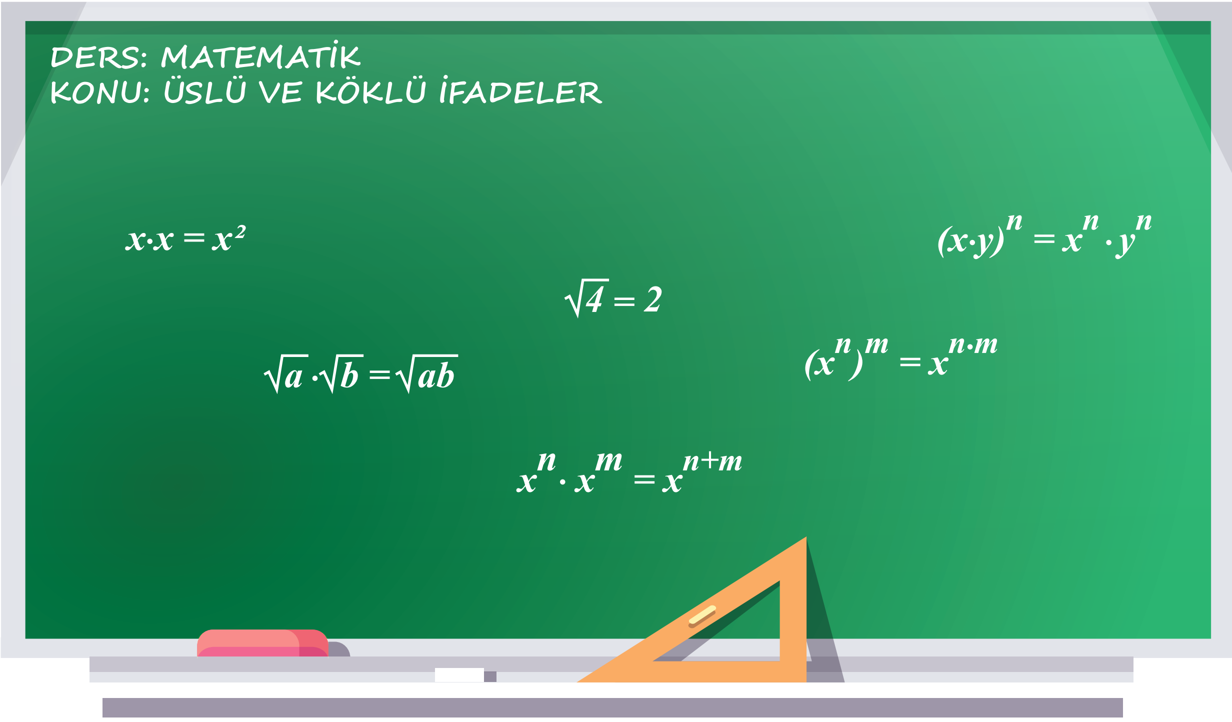
1

1.1. ÜSLÜ VE KÖKLÜ İFADELER
1.2. BİLİNÇLİ TÜKETİCİ ARİTMETİĞİ



1.1

ÜSLÜ VE KÖKLÜ İFADELER



NELER ÖĞRENECEKSİNİZ?

- Üslü ve köklü ifadelerin özelliklerini,
- Üslü ve köklü ifadeler içeren denklemleri çözmeyi,
- Üslü ve köklü ifadeleri kullanarak gerçek hayat problemlerini çözmeyi.

TERİM VE KAVRAMLAR

- Üslü ifade
- Taban
- Üs
- Köklü İfade
- Rasyonel Kuvvet

SEMBOL VE GÖSTERİMLER

x^n	$\mathbb{R}$	$\mathbb{Z}^+$	$\leq$	$\notin$	$=$
$\sqrt[n]{x^m}$	$\mathbb{Z}$	$<$	$\geq$	$\|x\|$	$[a,b]$, (a,b)
$x^{\frac{m}{n}}$	$\mathbb{R}^+$	$>$	$\in$	$\approx$	$[a,b)$, $(a,b]$

Hazırlık Çalışması



Bir matematikçi, danışmanlığını yaptığı Şaha ibretlik bir ders vermek istemiş. Bu amaçla bir gün Şaha, “Sen ne kadar önemli bir insan olursan ol; adamların, vezirlerin askerlerin olmadan hiçbir işe yaramazsın.” demiş ve icat etmiş olduğu satranç oyununu Şaha sunarak öğretmiş. Şah bu durumdan çok memnun olmuş, “Bana güzel bir oyun öğrettin. Seni memnun etmek isterim. Dile benden ne dilersen!” demiş. Matematikçi, “Sağlığınızı diliyorum, efendim.” demiş. Ama Şah bir şey istemesi için çok ısrar edince matematikçi, Şaha bir oyun oynamayı düşünmüş ve “Bir miktar pirinç istiyorum. Oyunun birinci karesi için bir pirinç, ikinci karesi için iki pirinç, üçüncü karesi için dört pirinç istiyorum. Böylece her karede, bir önceki karede aldığım pirincin iki misli pirinç istiyorum.” demiş. Şah, kendisi gibi kudretli birinden isteye isteye üç beş tane pirinç isteyen bu matematikçinin küstahlığa varan alçak gönüllülüğüne sinirlenmiş. Adamlarına, “Ayağına gelen talihi tepen bu sefili karşımdan alın! Götürün ambara, satranç tahtasına istediği bir avuç pirinci koyup saraydan atın!” buyruğunu vermiş. Matematikçiyi pirinç ambarına indirmişler. Saatler geçtikten sonra vezir, telaşla içeri girmiş ve “Haşmetlim, depodaki pirinç matematikçiye yetmedi!” demiş. Vezirin yanlış hesap yaptığını düşünen Şah, sarayın bütün saymanlarına doğru bir hesap çıkarmaları emrini vermiş. Günlerce hesap yapan saymanlar, sonunda başsaymanı Şah’ın huzuruna göndermişler. Başsayman, çekinerek Şah’a “Birinci kareye bir pirinç, ikinci kareye iki pirinç, üçüncü kareye dört pirinç... 10. kareye geldiklerinde vermeleri gereken toplam pirinç sayısını 1023 olarak hesaplamışlar. Bu da yaklaşık bir avuç pirince karşılık gelmiş. Hesabın böyle gideceğini, matematikçiye üç beş pirinç vereceklerini zannediyorlarmış. Ancak vermeleri gereken pirinç sayısı katlanarak devam ettiği için 49. karede yaklaşık 24 milyon ton, 54. kareye geldiklerinde ise yaklaşık 771 milyon ton pirinç vermeleri gerektiğini anlamışlar. ‘Madem başladık, hesaplamaya devam edelim.’ deyip hesabı bitirmişler. ” demiş. 64. kareye gelip de hesap tamamlandığında matematikçiye bugünkü ölçülerle dünyanın yaklaşık 1500 yıllık pirinç üretimini vermeleri gerektiği ortaya çıkmış.

Matematikçiyi küçümsediğine pişman olan Şah, bir zeka oyunu olan satrançta ileri görüşlülüğün ne kadar önemli olduğunu anlamış. Şah’ın bilgiye ve öngörüye olan inancı artmış.

Şimdi siz de satranç tahtasının 64 kareden oluştuğu bilgisinden hareketle birinci kareye 1, sırasıyla diğer karelere de bir önceki karenin 3 katı olacak şekilde sayılar yazıldığında 64. kareye yazılacak sayının kaç olacağını üslü ifade biçiminde yazınız.

ÜSLÜ İFADELER

Tanım

x bir gerçek sayı ve n pozitif bir tam sayı olmak üzere n tane x in çarpımına karşılık gelen x^n ifadesine **üslü ifade** denir. Burada x sayısına taban, n sayısına **üs** veya **kuvvet** denir. x^n ifadesi "x in n. kuvveti" veya "x üssü n" diye okunur.

$$\underbrace{x \cdot x \cdot x \ldots x}_{\text{n tane}} = x^{n} \quad (n \rightarrow \text{üs},\ x \rightarrow \text{taban})$$

Örnek

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$

b) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-2)^3$

Üslü Sayıların Özellikleri

1. $x \neq 0$ olmak üzere $x^0 = 1$ olur.

Örnek

a) $5^0 = 1$ **b)** $(-23)^0 = 1$ **c)** $-2^0 = -1$

2. x sıfırdan farklı bir gerçek sayı, n tam sayı olmak üzere $x^{-n} = \left(\frac{1}{x}\right)^n$ olur.

Örnek

a) $3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

b) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{125}{8}$

3. Negatif bir gerçek sayının çift sayı kuvvetlerinin sonucu pozitif işaretli, tek sayı kuvvetlerinin sonucu negatif işaretlidir.

Örnek

a) $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$ **b)** $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$

Örnek

n bir tam sayı olmak üzere

$(-1)^{2n-1} + (-1)^{4n+1} + (-1)^{6n}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

n bir tam sayı olmak üzere $2n-1,\ 4n+1$ tek tam sayı, 6n çift tam sayıdır. (-1) in çift kuvvetleri 1, tek kuvvetleri -1 olduğundan

$(-1)^{2n-1}+(-1)^{4n+1}+(-1)^{6n}=(-1)+(-1)+(+1)=-1$ bulunur.

Örnek

-2^3-3^4 ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

Örnekte verilen üsler işaretleri kapsamamaktadır. Sadece tabana aittir. Bu nedenle

$-2^3=-2\cdot2\cdot2=-8$ ve $-3^4=-3\cdot3\cdot3\cdot3=-81$ olur.

$-2^3-3^4=-8-81=-89$ bulunur.

4. Üslü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemi yapılırken, üslü ifadenin hem tabanı hem de üssü aynı ise üslü ifadenin ortak parantezinde katsayıları toplanabilir veya çıkarılabilir.

$a_1, a_2, ..., a_k, x \in \mathbb{R}$ ve $k \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere

$a_1x^n+a_2x^n+...+a_kx^n=(a_1+a_2+...+a_k)x^n$ olur.

Örnek

a) $2^5+3\cdot2^5+9\cdot2^5+5\cdot2^5=(1+3+9+5)\cdot2^5=18\cdot2^5$

b) a bir değişken olmak üzere

$3\cdot a^4+4\cdot a^4-5\cdot a^4=(3+4-5)\cdot a^4=2\cdot a^4$

Sıra Sizde

$7\cdot x^3+10\cdot x^3-8\cdot x^3$ ifadesinin eşitini bulunuz.

5. Üslü ifadelerde,

a) Tabanları aynı olan üslü ifadelerde çarpma işlemi yapılırken ortak taban üzerinde üsler toplanır.

$x^n\cdot x^m=x^{n+m}$ olur.

$$x^n\cdot x^m=\underbrace{x\cdot x\cdot...\cdot x}_{n\ tane}\cdot\underbrace{x\cdot x\cdot...\cdot x}_{m\ tane}=\underbrace{x\cdot x\cdot...\cdot x\cdot x\cdot x\cdot...\cdot x}_{n+m\ tane}=x^{n+m}$$

Örnek

a) $5^4\cdot5^{-2}\cdot5^9\cdot5^{-8}=5^{4-2+9-8}=5^3$

b) $2^{x-1}\cdot2^{x+2}\cdot2^{3-2x}=2^{x-1+x+2+3-2x}=2^4$

Sıra Sizde

$3^6 \cdot 3^{-4} \cdot 3^2$ ifadesinin eşitini bulunuz.

b) Tabanları aynı olan üslü ifadelerde bölme işlemi yapılırken payın üssünden paydanın üssü çıkarılır, çıkan sonuç ortak tabana üs olarak yazılır.

$x \neq 0$ olmak üzere $\dfrac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$ olur.

$$\frac{x^m}{x^n} = \frac{\overbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}^{m \text{ tane}}}{\underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{n \text{ tane}}} = \overbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \ldots}^{m \text{ tane}} \cdot \underbrace{\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{x}}_{n \text{ tane}} = x^m \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^n = x^m \cdot x^{-n} = x^{m-n}$$

Örnek

a) $\dfrac{5^7}{5^5} = 5^{7-5} = 5^2 = 25$

b) $\dfrac{x^{20}}{x^{15}} = x^{20-15} = x^5$

Sıra Sizde

$\dfrac{2^4}{2^2} - \dfrac{3^5}{3^4} + \dfrac{5^4}{5^3}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

c) Tabanları farklı üsleri aynı olan üslü ifadelerde çarpma işlemi yapılırken ortak üs, tabanlar çarpımına üs olarak yazılır.

$x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n$ olur.

$$x^n \cdot y^n = \underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{n \text{ tane}} \cdot \underbrace{y \cdot y \cdot \ldots \cdot y}_{n \text{ tane}} = \underbrace{(x \cdot y) \cdot (x \cdot y) \cdot \ldots \cdot (x \cdot y)}_{n \text{ tane}} = (x \cdot y)^n$$

Örnek

a) $2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 3)^3 = 6^3 = 216$

b) $2^x \cdot 3^x \cdot 5^x = (2 \cdot 3 \cdot 5)^x = 30^x$

Sıra Sizde

1. $5 \cdot 6^2 \cdot 6^4 + 2^6 \cdot 3^6$ ifadesinin eşitini bulunuz.

2. $5^a \cdot 3^a \cdot 4^a$ ifadesinin eşitini bulunuz.

ç) Tabanları farklı üsleri aynı olan üslü ifadelerde bölme işlemi yapılırken ortak üs altında tabanlar birbirine bölünür.

$$\frac{x^m}{y^m}=\left(\frac{x}{y}\right)^m$$

$y \neq 0$ olmak üzere $\dfrac{x^m}{y^m}=\dfrac{\overbrace{x\cdot x\cdot\ldots\cdot x}^{m \text{ tane}}}{\underbrace{y\cdot y\cdot\ldots\cdot y}_{m \text{ tane}}}=\underbrace{\left(\frac{x}{y}\right)\cdot\left(\frac{x}{y}\right)\cdot\ldots\cdot\left(\frac{x}{y}\right)}_{m \text{ tane}}=\left(\frac{x}{y}\right)^m$ olur.

Örnek

a) $\dfrac{24^6}{12^6}=\left(\dfrac{24}{12}\right)^6=2^6=64$

b) $\dfrac{48^x}{16^x}=\left(\dfrac{48}{16}\right)^x=3^x$

Sıra Sizde

$\dfrac{22^5}{11^5}\cdot\dfrac{2^7}{2^5}\cdot\dfrac{14^x}{7^x}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

6. Bir üslü ifadenin üssü alınırken üslerin çarpımı tabana üs olarak yazılır. x sıfırdan farklı bir gerçek sayı, m ve n de birer tam sayı olmak üzere

$$\left(x^n\right)^m=x^{n\cdot m}$$

$$\left(x^n\right)^m=\underbrace{x^n\cdot x^n\cdot\ldots\cdot x^n}_{m \text{ tane}}=x^{m\cdot n} \text{ olur.}$$

Örnek

a) $\left(4^2\right)^3\cdot\left(2^4\right)^2=4^6\cdot2^8=\left(2^2\right)^6\cdot2^8=2^{12}\cdot2^8=2^{20}$

b) $\left(\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{-2}\right)^3=\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{-6}=(-2)^6=64$

c) $\left(-2^2\right)^3=-2^{2\cdot3}=-2^6$

ç) $\left(-2^3\right)^2=2^{3\cdot2}=2^6$

Uyarı

a negatif reel sayı, n tam sayı olmak üzere

$(a)^{2n}$ pozitif, $(a)^{2n+1}$ negatiftir.

Örnek

$2^{3a-2}<2^{2a+1}$ olduğuna göre a nın alabileceği **en büyük tam sayı** değerini bulunuz.

Çözüm

Bilgi Kutusu

$x>1$ için

$x^m<x^n$ ise $m<n$ olur.

Taban 1 den büyük olduğundan

$3a-2<2a+1$ olur.

Buradan $a<3$ bulunur. Buna göre a nın alabileceği en büyük tam sayı değeri 2 olur.

Örnek

$\left(\frac{3}{5}\right)^{3x-1} < \left(\frac{3}{5}\right)^{x+5}$ olduğuna göre x in alabileceği **en küçük tam sayı** değerini bulunuz.

Çözüm

Taban 0 ile 1 aralığında olduğundan

$3x-1 > x+5$

$2x > 6$

$x > 3$ bulunur. Buna göre x in alabileceği en küçük tam sayı değeri 4 olur.

Bilgi Kutusu

$0 < x < 1$ için

$x^m > x^n$ ise $m < n$ olur.

Sıra Sizde

1. $5^{2x-7} < 125^{x-4}$ eşitsizliğine göre x in **en küçük tam sayı** değerini bulunuz.

2. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2} > \left(\frac{3}{2}\right)^{x+4}$ eşitsizliğine göre x in **en büyük tam sayı** değerini bulunuz.

Örnek

$x = 25^6$, $y = 27^4$, $z = 16^3$ sayılarını **küçükten büyüğe** doğru sıralayınız.

Çözüm

$x = 25^6 = \left(5^2\right)^6 = 5^{12}$

$y = \left(3^3\right)^4 = 3^{12}$

$z = \left(2^4\right)^3 = 2^{12}$

x, y, z sayılarının tabanları 1 den büyük ve üsleri eşit olduğundan tabanı büyük olan sayı daha büyüktür.
Sıralama ise $z < y < x$ olur.

Sıra Sizde

$x = 2^{60}$, $y = 3^{48}$, $z = 5^{36}$ sayılarını **büyükten küçüğe** doğru sıralayınız.

Örnek

$x = 2^{15}$, $y = 4^{9}$ ve $z = 8^{3}$ sayılarını **büyükten küçüğe** doğru sıralayınız.

Çözüm

Tabanları eşitlenerek sıralama yapılırsa

$x = 2^{15}$

$y = 4^{9} = \left(2^{2}\right)^{9} = 2^{18}$

$z = 8^{3} = \left(2^{3}\right)^{3} = 2^{9}$

Tabanlar eşit ve 1 den büyük olduğundan üssü büyük olan sayı daha büyüktür. Sıralama $y > x > z$ olarak bulunur.

Sıra Sizde

$a = 8^{12}, b = \left(\frac{1}{2}\right)^{-24}$, $c = (0,25)^{-1}$

Yukarıda verilen a, b ve c sayılarını **büyükten küçüğe** doğru sıralayınız.

Üslü Denklemler

1. $a \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$ olmak üzere

$a^{x} = a^{y}$ ise $x = y$ olur.

Örnek

a) $2^{x} = 2^{5} \Rightarrow x = 5$

b) $3^{x} = 27^{4} \Rightarrow 3^{x} = \left(3^{3}\right)^{4} = 3^{12} \Rightarrow x = 12$ bulunur.

Örnek

$16^{2m+3} = 8^{m-5}$ olduğuna göre m değerini bulunuz.

Çözüm

$2^{4\cdot(2m+3)} = 2^{3\cdot(m-5)}$

$8m + 12 = 3m - 15$

$5m = -27 \Rightarrow m = -\frac{27}{5}$ bulunur.

Sıra Sizde

$3^{3a+1} = \frac{1}{81}$ olduğuna göre a değerini bulunuz.

2. $a, b \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$ olmak üzere

$$a^x = b^x \text{ ise } \begin{cases} a = b & , x \text{ tek sayı ise} \\ a = -b \text{ veya } a = b & , x \text{ çift sayı ise} \end{cases}$$

Örnek

a) $a^3 = 4^3$ ise üs tek sayı olduğundan $a = 4$ bulunur.

b) $x^6 = 5^6$ ise üs çift sayı olduğundan $x = -5$ veya $x = 5$ bulunur.

Örnek

$(m+3)^{-2} = 5^{-2}$ denklemini sağlayan m değerlerinin toplamını bulunuz.

Çözüm

Verilen eşitlikte üsler çift sayı olduğundan

$m + 3 = 5$ veya $m + 3 = -5$

$m = 2$ veya $m = -8$ olur.

m nin alabileceği değerler toplamı $2 + (-8) = -6$ olur.

Örnek

$(2x-4)^3 = 12^3$ denklemini sağlayan x değerini bulunuz.

Çözüm

$(2x-4)^3 = 12^3$ denkleminde eşit olan üsler tek sayı iken tabanlar eşittir.

$2x - 4 = 12$

$2x = 16$

$x = 8$ bulunur.

Sıra Sizde

$(a-2)^4 = (2a-5)^4$ denklemini sağlayan a değerlerinin çarpımını bulunuz.

Örnek

$2^{x+1} + 2^x = 24$ olduğuna göre x in alabileceği değeri bulunuz.

Çözüm

$2 \cdot 2^x + 2^x = 24$

$(2+1) \cdot 2^x = 24$

$3 \cdot 2^x = 24$

$2^x = 8$

$2^x = 2^3$ eşit üslü ifadelerin tabanları eşit ise üsleri de eşit olacağından $x = 3$ bulunur.

Sıra Sizde

$3^{x+1}+3^{x+2}=108$ olduğuna göre x in alabileceği değeri bulunuz.

3. $a^n=1$ biçimindeki denklemlerin çözümünde 3 durum vardır.
1. durum: $a=1$ olmalıdır.
2. durum: $n=0$ ve $a\neq 0$ olmalıdır.
3. durum: $a=-1$ ve n çift tam sayı olmalıdır.

Örnek

$(x+3)^{2x+6}=1$ denklemini sağlayan x değerlerinin toplamını bulunuz.

Çözüm

1. durum
Taban 1 olduğunda denklem sağlanır.
$x+3=1$ ise $x=-2$ bulunur.

2. durum
Üs sıfır ve taban sıfırdan farklı olduğunda denklem sağlanır.
$2x+6=0$ için $x=-3$ olur. Ancak bu değer tabanı da sıfır yaptığından denklemi sağlayan değerlerden biri değildir.

3. durum
Taban (-1) olduğunda eğer üs de çift sayı ise bulunan x değeri denklemi sağlar.
$x+3=-1$
$x=-4$ bulunur. Bu değer için üssün durumuna bakılırsa
$2x+6=2\cdot(-4)+6$
$=-8+6=-2$ bulunur. Bu değer üssü çift yaptığı için x in alabileceği değerlerden biridir.

Buradan x in alacağı değerler toplamı $-2+(-4)=-6$ olur.

Sıra Sizde

$(x+10)^{2x+12}=1$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Örnek

$2^x = a$ ve $5^x = b$ olduğuna göre 40^x ifadesinin a ve b türünden değerini bulunuz.

Çözüm

$$40^x = 8^x \cdot 5^x$$
$$= \left(2^3\right)^x \cdot 5^x$$
$$= \left(2^x\right)^3 \cdot 5^x \text{ şeklinde yazılabilir.}$$

Ardından 2^x yerine a, 5^x yerine b yazılacak olursa $40^x = a^3 \cdot b$ bulunur.

Sıra Sizde

$30^x = 6^{x+3}$ ise 5^x in değerini bulunuz.

Örnek

Laboratuvarda bakteriler üzerinde yapılan bir deneyde ortamdaki bakteri sayısının her gün için bir önceki günün yarısına düştüğü görülmektedir.

Deneye başlamadan bir gün önce bakteri sayısı 4^{50} olduğuna göre 50. günün sonunda deney ortamında kalan bakteri sayısını bulunuz.



Görsel 1.1: Bakteri

Çözüm

Başlangıçta 4^{50} olan bakteri sayısı her gün bir önceki günün yarısına düştüğüne göre

1. gün: $4^{50} \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 2^{100} \cdot \frac{1}{2} = 2^{99}$

2. gün: $4^{50} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2^{100} \cdot \frac{1}{2^2} = 2^{98}$

3. gün : $4^{50} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 2^{100} \cdot \frac{1}{2^3} = 2^{97}$

. .
. .
. .
. .

50. gün: $4^{50} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{50} = 2^{100} \cdot \frac{1}{2^{50}} = 2^{50}$ bakteri kalır.

Örnek

Nüfus yoğunluğu, kilometrekareye düşen insan sayısıdır. Bir yerleşim yerinin yüz ölçümü 17 500 km^2, nüfusu ise 2 310 000 olduğuna göre bu yerleşim yerinin nüfus yoğunluğunu bulunuz.

Çözüm

Yerleşim yerinin nüfusu: $231 \cdot 10^4$ kişidir.
Yerleşim yerinin yüz ölçümü: $175 \cdot 10^2$ km^2 dir.

Nüfus yoğunluğu $= \dfrac{\text{nüfus}}{\text{yüz ölçümü}}$ olduğundan

Nüfus yoğunluğu $= \dfrac{231 \cdot \cancel{10^4}}{175 \cdot \cancel{10^2}} = \dfrac{231 \cdot 10^2}{175} = \dfrac{23100}{175} = 132$ kişi/km^2 olarak bulunur.

Bu yerleşim yerinde 1 km^2 ye 132 insan düşmektedir.

Örnek

Bir matematik öğretmeni, matematik dersinde öğrencisinden $5^2 \cdot 5^{2x-1} = 125^6$ eşitliğini sağlayan x değerini bulmasını istemiştir. Öğrenci aşağıdaki işlem adımlarını izleyerek sonucu x = 5 olarak bulmuştur.

1. adım: $5^{4x-2} = \left(5^3\right)^6$

2. adım: $5^{4x-2} = 5^{18}$

3. adım: $4x - 2 = 18$

4. adım: $4x = 20$

5. adım: $x = 5$

Öğrenci, denklemin çözümünde hata yapmıştır. Hatayı düzelterek doğru sonucu bulunuz.

Çözüm

1. adımda öğrenci üsleri toplaması gerekirken çarpmıştır. Denklemin doğru çözümü yapılacak olursa

1. adım: $5^{2+2x-1} = \left(5^3\right)^6$

2. adım: $5^{2x+1} = 5^{18}$

3. adım: $2x + 1 = 18$

4. adım: $2x = 17$

5. adım: $x = \dfrac{17}{2}$ olur.

Örnek

Sinem’in önceki telefonundan kalma 32 MB kapasiteli bir hafıza kartı vardır. Artık bu hafıza kartının kendisine yetersiz olduğunu düşünen Sinem 128 GB kapasiteli yeni bir hafıza kartı almıştır. Yeni aldığı kartın kapasitesinin önceki kartın kapasitesinin kaç katı olduğunu bulunuz (32 MB = $32\cdot10^6$ bayt, 128 GB = $128\cdot10^9$ bayt kabul ediniz.).

Çözüm

Önceki hafıza kartı: $32\cdot10^6$ bayt

Yeni hafıza kartı: $128\cdot10^9$ bayttır.

$\dfrac{128\cdot10^9}{32\cdot10^6}=4\cdot10^3=4000$ katıdır.

Örnek

“Tane tane kapakları toplayalım, adım adım engelleri aşalım.” projesi kapsamında $6\cdot10^6$ tane pet şişe kapağı toplanmıştır. Her 250 kg kapak için engellilere 1 tane tekerlekli sandalye hediye edilmektedir. $3\cdot10^5$ tane pet şişe kapağı 1 ton ağırlığındadır. Buna göre toplanan pet şişe kapakları ile engellilere hediye edilen tekerlekli sandalye sayısını bulunuz.

Çözüm

$3\cdot10^5$ tane şişe kapağı 1 ton ise

$\dfrac{1}{4}$ ton $=250$ kg olduğundan $\dfrac{3\cdot10^5}{4}=75\cdot10^3$ tane pet şişe kapağına 1 tane tekerlekli sandalye hediye edilmektedir.

$75\cdot10^3$ adet kapak karşılığında → 1 tane tekerlekli sandalye hediye edilmekteyse
$6\cdot10^6$ adet kapak karşılığında → x tane tekerlekli sandalye hediye edilir.

$$x\cdot75\cdot10^3=6\cdot10^6$$

$$x=\frac{6\cdot10^6}{75\cdot10^3}$$

$$=\frac{6\cdot10^3}{75}=80$$ tane tekerlekli sandalye hediye edilebilir.

Örnek

Lavaboya dökülen 1 litre bitkisel yağ 1 milyon litre suyu kirletmektedir. Bir ailenin 1 yıl boyunca ortalama 10 litre atık yağı geri dönüşüm yapan kurumlara verdiği varsayılarak 1 milyon aile geri dönüşüm yapan kurumlara onar litre atık yağ verirse kaç litre suyun kirlenmesinin önlenmiş olduğunu bulunuz.

Çözüm

Bir aile 10 litre atık yağ biriktirirse 1 milyon aile $10\cdot10^6=10^7$ litre atık yağ biriktirir. Öyleyse 10^7 litre atık yağ biriktirilmesi durumunda $10^7\cdot10^6=10^{13}$ litre suyun kirlenmesi önlenmiş olur.

Örnek

Türkiye genelinde bir yılda $16,2 \cdot 10^4$ adet çam ağacının kesilmekten kurtarılması hedeflenmektedir. 1 ton kullanılmış kâğıdın geri dönüşüme kazandırılmasıyla 18 çam ağacı kesilmekten kurtarılabilir.
Buna göre belirtilen hedefe ulaşmak için 1 yılda kaç ton kullanılmış kâğıdın geri dönüşüme kazandırılması gerektiğini bulunuz.

Çözüm

18 çam ağacını kurtarmak için 1 ton kullanılmış kağıdı geri dönüşüme kazandırmak gerekmektedir. $16,2 \cdot 10^4$ adet çam ağacını kurtarmak için $\dfrac{16,2 \cdot 10^4}{18} = \dfrac{162 \cdot 10^3}{18} = 9 \cdot 10^3$ ton kullanılmış kâğıdı geri dönüşüme kazandırmak gerekir.

Örnek

Güneş ışığı canlı organizmalarda radyoaktif karbon oluşumuna sebep olur ve bu durum canlı ölünceye kadar devam eder. Radyoaktif bir maddedeki atomların yarısının bozunması için gerekli süreye **yarı ömür** adı verilir (Bir maddenin daha basit bileşenlerine ayrılmasına, şekillerinde ve görüntülerinde değişiklik oluşmasına **bozunma** denmektedir.).



Görsel 1.2: Fosil

Bir fosildeki karbon-14 miktarını ve karbon-14 ün yarı ömrünü kullanarak bilim insanları fosilin kaç yıl öncesine ait olduğunu hesaplayabilirler. Bilim insanları karbon-14 ün yarı ömrünü 5730 yıl kabul etmektedirler. Bu nedenle hesaplama yapılırken yarı ömür süresi 5730 ile çarpılarak bulunur.

Bir canlı öldüğünde kafatasında 80 nanogram (1 nanogram = 10^{-9} gr) karbon-14 bulunduğunu kabul edelim. t kez yarılandıktan sonra kalan karbon-14 miktarı $80 \cdot 2^{-t}$ nanogramdır. Buna göre kafatasında 20 nanogram karbon-14 bulunan bir fosilin yaşını bulunuz
.

Çözüm

Kalan karbon-14 miktarı: $80 \cdot 2^{-t} = 20$

$2^{-t} = \dfrac{20}{80} = \dfrac{1}{4}$ ise $2^{-t} = 2^{-2}$ buradan da $t = 2$ olur.

Fosilin yaşı = $5730 \cdot 2 = 11\,460$ yıldır.

Araştırma

Çok büyük ve çok küçük sayıların günlük hayatta kullanım alanlarıyla ilgili Genel Ağ'dan araştırma yaparak bir sunu hazırlayınız ve çalışmalarınızı sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

ALIŞTIRMALAR

1. $\dfrac{\left(-3^{2}\right)^{4}\cdot\left(-3\right)^{-3}}{\left(-3^{-2}\right)^{-3}\cdot\left(-3^{-1}\right)}$ **işleminin sonucunu bulunuz.**

2. $\dfrac{a^{4}\cdot(-a^{4})^{-3}}{a^{-7}\cdot(-a^{3})^{-4}}$ **işleminin sonucunu bulunuz.**

3. $5^{x}+5^{x}+5^{x}+5^{x}+5^{x}=625$ **olduğuna göre bu denklemi sağlayan x değerini bulunuz.**

4. $3^{x-1}=a$ ise 9^{x+1} in **a cinsinden eşitini bulunuz.**

5. $\dfrac{3.9^{x+1}}{27^{x+1}}=\dfrac{1}{81}$ **denkleminin çözüm kümesini bulunuz.**

6. x reel bir sayı olmak üzere

$\dfrac{5^{x-1}+2.5^{x-2}}{2.5^{x-3}+5^{x-2}}$ **ifadesinin en sade hâlini bulunuz.**

7. $16^{10}+8^{14}=x\cdot 4^{20}$ **denklemini sağlayan x sayısını bulunuz.**

8. $a=625^{5}$, $b=25^{7}$, $c=125^{6}$ **sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.**

9. $\left(\dfrac{5}{7}\right)^{3x-10}<\left(\dfrac{49}{25}\right)^{x-2}$ **eşitsizliğinin gerçek sayılardaki çözüm kümesini bulunuz.**

10. $(a-2)^{2a-4}=1$ **denkleminin çözüm kümesini bulunuz.**

KÖKLÜ İFADELER

Tanım

$a, x \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$, $n \geq 2$ olmak üzere, $x^n = a$ eşitliğini sağlayan x sayısına **a nın n. kuvvetten kökü** denir.

$x = \sqrt[n]{a}$ şeklinde gösterilir.

$x^n = a$ denkleminin çözümü üç farklı durumda incelenir.

1. durum: $a > 0$ için

n tek ise $x = \sqrt[n]{a}$ olur.

n çift ise $x = \sqrt[n]{a}$ veya $x = -\sqrt[n]{a}$ olur.

2. durum: $a < 0$ için

n tek ise $x = \sqrt[n]{a}$ olmak üzere sadece bir gerçek sayı kökü vardır.
n çift ise x in bir gerçek sayı kökü yoktur.

3. durum: $a = 0$ için

$x = \sqrt[n]{0} = 0$ olur.

Örnek

Aşağıda çözümü verilen denklemleri inceleyiniz.

a) $x^3 = 10$ ise $x = \sqrt[3]{10}$ olur.

b) $x^4 = 6$ ise $x = \sqrt[4]{6}$ veya $x = -\sqrt[4]{6}$

c) $x^3 = -5$ ise $x = \sqrt[3]{-5}$ olur.

ç) $x^2 = -5$ eşitliğini sağlayan bir x gerçek sayısı yoktur.

Köklü Sayıların Özellikleri

1. $a \geq 0$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$, $m \in \mathbb{Z}, n \geq 2$ olmak üzere $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ olur.

Örnek

Aşağıdaki ifadeleri inceleyiniz.

a) $\sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{3}}$

b) $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

c) $\sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{3^3} = 3^{\frac{3}{4}}$

ç) $\sqrt[5]{3} = 3^{\frac{1}{5}}$

d) $2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^3}$

e) $3^{\frac{-2}{5}} = \sqrt[5]{3^{-2}} = \sqrt[5]{\frac{1}{9}}$

2. **a)** n tek pozitif tam sayı, $a \in \mathbb{R}$ ise $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}$ olur.

b) n pozitif çift tam sayı ve $a \geq 0$ olmak üzere $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}$ olur.

c) n pozitif çift tam sayı ve $a < 0$ olmak üzere $\sqrt[n]{a} \notin \mathbb{R}$ olur.

$\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[5]{-2}$ gibi sayılar gerçek sayılardır.

$\sqrt[4]{3}, \sqrt{2}$ gibi sayılar gerçek sayılardır.

$\sqrt{-1}$, $\sqrt[4]{-2}$ gibi sayılar gerçek sayı değildir.

3. $a \in \mathbb{R}$, n pozitif tam sayı olmak üzere

a) $\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|$

b) $\sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a$ olur.

Örnek

Aşağıdaki ifadelerin eşitini bulunuz.

a) $\sqrt{(-2)^2} + \sqrt[3]{(-3)^3} + \sqrt[4]{(-4)^4}$

b) $\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2} - \sqrt[4]{\left(\sqrt{2}-1\right)^4} + \sqrt[3]{(-2)^3}$

c) $x < 0 < y$ olmak üzere $\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt[4]{x^4} + \sqrt[3]{(x-y)^3}$

Çözüm

a) $\sqrt{(-2)^2} + \sqrt[3]{(-3)^3} + \sqrt[4]{(-4)^4} = |-2| - 3 + |-4|$

$= 2 - 3 + 4 = 3$ bulunur.

b) $\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2} - \sqrt[4]{\left(\sqrt{2}-1\right)^4} + \sqrt[3]{(-2)^3} = \left|1-\sqrt{2}\right| - \left|\sqrt{2}-1\right| + (-2)$

$= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 - 2 = -2$ bulunur.

c) $\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt[4]{x^4} + \sqrt[3]{(x-y)^3} = |x-y| + |x| + x - y$ $(x - y < 0,\ x < 0$ olduğundan$)$

$= -x + y - x + x - y = -x$ bulunur.

Sıra Sizde

Aşağıdaki ifadelerin eşitini bulunuz.

a) $\sqrt[4]{(-5)^4} - \sqrt[3]{(-7)^3} - \sqrt{(-11)^2}$

b) $x < y < 0 < z$ olmak üzere

$\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt[3]{(y-z)^3} + \sqrt[4]{(z-y)^4}$

4. $b \in \mathbb{R}^+$, $n \in \mathbb{Z}^+$, $n \geq 2$ olmak üzere

$a > 0$ iken $a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$

$a < 0$ iken $a \cdot \sqrt[n]{b} = -\sqrt[n]{a^n \cdot b}$ olur.

Örnek

a) $2\sqrt{2} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{8}$

b) $-2\sqrt{2} = -\sqrt{2^2 \cdot 2} = -\sqrt{8}$

5. $n \in \mathbb{Z}^+$, $n \geq 2$, $m \in \mathbb{R}$ ve $a \geq 0$ olmak üzere

$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$ olur.

Örnek

$\left(\sqrt{2}\right)^4 + \left(\sqrt[3]{-4}\right)^3 + \left(\sqrt[4]{(-2)^2}\right)^2$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\left(\sqrt{2}\right)^4 + \left(\sqrt[3]{-4}\right)^3 + \left(\sqrt[4]{(-2)^2}\right)^2 = \sqrt{2^4} + \sqrt[3]{(-4)^3} + \sqrt[4]{(-2)^4}$

$= 4 - 4 + 2 = 2$ bulunur.

Örnek

Aşağıda verilen işlemleri inceleyiniz.

a) $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \cdot 3}$

$= 2\sqrt{3}$ olur.

b) $\dfrac{\sqrt{72}}{\sqrt{50}} = \dfrac{\sqrt{36 \cdot 2}}{\sqrt{25 \cdot 2}}$

$= \dfrac{6\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}$

$= \dfrac{6}{5}$ olur.

Sıra Sizde

$\left(\sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt[3]{-2}\right)^3 + \left(\sqrt[6]{(-3)^2}\right)^3$ ifadesinin eşitini bulunuz.

7. $a > 0$, $c > 0$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$, $n \geq 2$ olmak üzere

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot c]{a^{m \cdot c}} = \sqrt[\frac{n}{c}]{a^{\frac{m}{c}}}$$

Örnek

$\sqrt[15]{2^{12}} = \sqrt[\frac{15}{3}]{2^{\frac{12}{3}}} = \sqrt[5]{2^4} = \sqrt[5]{16}$ eşitliği sağlanır.

Sıra Sizde

$\sqrt[12]{3^{18}} = \sqrt{(x-5)^3}$ denklemini sağlayan x değerini bulunuz.

8. Köklü ifadelerde toplama ve çıkarma yapılırken köklü ifadelerin kök dereceleri ve kök içleri aynı ise köklü ifadenin ortak parantezinde katsayılar toplanabilir veya çıkarılabilir.
$a_1, a_2, ..., a_k \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}^+$ ve k, $n \in \mathbb{Z}^+$ $n \geq 2$ olmak üzere

$a_1 \cdot \sqrt[n]{x} + a_2 \cdot \sqrt[n]{x} + ... + a_k \cdot \sqrt[n]{x} = (a_1 + a_2 + ... + a_k) \cdot \sqrt[n]{x}$ eşitliği sağlanır.

Örnek

$\sqrt{48} + \sqrt{27} - \sqrt{75}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\sqrt{48} + \sqrt{27} - \sqrt{75} = \sqrt{16 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 3} - \sqrt{25 \cdot 3}$$
$$= 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$$
$$= \sqrt{3} \cdot (4 + 3 - 5) = 2\sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

9. Köklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemi yapılırken kök dereceleri aynı olan köklü ifadeler birbiriyle çarpılabilir veya bölünebilir.

$\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a \cdot b}$

$b \neq 0$ olmak üzere $\dfrac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\dfrac{a}{b}}$ olur.

Örnek

Aşağıdaki işlemlerin eşitini bulunuz.

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$

b) $\dfrac{\sqrt{18} \cdot \sqrt{28}}{\sqrt{14}}$

c) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3}$

Çözüm

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 6}$
$= \sqrt{36} = 6$ bulunur.

b) $\dfrac{\sqrt{18} \cdot \sqrt{28}}{\sqrt{14}} = \sqrt{\dfrac{18 \cdot 28}{14}}$
$= \sqrt{18 \cdot 2} = \sqrt{36} = 6$ bulunur.

c) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt[3 \cdot 2]{2^2} \cdot \sqrt[2 \cdot 3]{3^3}$
$= \sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[6]{27}$
$= \sqrt[6]{4 \cdot 27}$
$= \sqrt[6]{108}$ bulunur.

Uyarı

Kök dereceleri aynı olmayan köklü ifadeler çarpılırken veya bölünürken kök dereceleri eşit hâle getirildikten sonra çarpma veya bölme işlemleri yapılır.

Sıra Sizde

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $\dfrac{\sqrt{39}\cdot\sqrt{27}}{\sqrt{13}}$

b) $\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt{2}$

10. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{\sqrt[p]{a}}}=\sqrt[n\cdot m\cdot p]{a}$

11. $\sqrt[n]{a^x\cdot\sqrt[m]{p}}=\sqrt[n]{\sqrt[m]{\left(a^x\right)^m\cdot p}}=\sqrt[n\cdot m]{a^{mx}\cdot p}$

Örnek

Aşağıdaki işlemlerin eşitini bulunuz.

a) $\sqrt{\sqrt[3]{2}}$

b) $\sqrt{2\sqrt[3]{2}}$

c) $\sqrt{\sqrt{3\sqrt[3]{3}}}$

Çözüm

a) $\sqrt{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[2\cdot 3]{2}=\sqrt[6]{2}$ bulunur.

b) $\sqrt{2\sqrt[3]{2}}=\sqrt[2\cdot 3]{2^3\cdot 2}$

$=\sqrt[6]{2^4}=\sqrt[3]{2^2}=\sqrt[3]{4}$ bulunur.

c) $\sqrt{\sqrt{3\sqrt[3]{3}}}=\sqrt[2\cdot 2\cdot 3]{3^3\cdot 3}$

$=\sqrt[12]{3^4}=\sqrt[3]{3}$ bulunur.

Sıra Sizde

$\sqrt{2\sqrt[5]{2\sqrt[3]{2}}}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Örnek

$\sqrt[5]{3-\sqrt{11-\sqrt[4]{18+\sqrt[3]{-8}}}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

Bu tür soruların çözümü yapılırken en içteki kökten başlanarak dıştaki köke doğru işlem yapılır.

$$\sqrt[5]{3-\sqrt{11-\sqrt[4]{18+\sqrt[3]{-8}}}}=\sqrt[5]{3-\sqrt{11-\sqrt[4]{18+\sqrt[3]{(-2)^3}}}}$$

$$=\sqrt[5]{3-\sqrt{11-\sqrt[4]{18-2}}}$$

$$=\sqrt[5]{3-\sqrt{11-\sqrt[4]{16}}}$$

$$=\sqrt[5]{3-\sqrt{11-2}}$$

$$=\sqrt[5]{3-\sqrt{9}}=\sqrt[5]{3-3}=0 \text{ bulunur.}$$

12. Paydayı rasyonel yaparken;

a) Paydada $\sqrt{a}$ varsa paydayı rasyonel yapmak için pay ve payda, eşleniği olan $\sqrt{a}$ ile çarpılır.

$$\frac{1}{\sqrt{a}}=\frac{1}{\sqrt{a}}_{(\sqrt{a})}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{a}$$

Örnek

$\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ ifadesinin paydasını rasyonel yapınız.

Çözüm

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}_{(\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3} \text{ bulunur.}$$

b) Paydada $\sqrt[n]{a^m}$ varsa pay ile payda, eşleniği olan $\sqrt[n]{a^{n-m}}$ ifadesi ile çarpılır ($a\in\mathbb{R}$ ve $n > m$ olmak üzere).

$$\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^m}\cdot\sqrt[n]{a^{n-m}}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{m+n-m}}}$$

$$= \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^n}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{a}$$

Örnek

$\dfrac{3}{\sqrt[5]{9}}$ ifadesinin paydasını rasyonel yapınız.

Çözüm

$$\frac{3}{\sqrt[5]{9}} = \frac{3}{\sqrt[5]{3^2}} = \frac{3\cdot\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^2}\cdot\sqrt[5]{3^3}}$$

$$= \frac{3\cdot\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^5}} = \frac{3\cdot\sqrt[5]{3^3}}{3}$$

$$= \sqrt[5]{3^3} = \sqrt[5]{27}$$ bulunur.

c) Paydada $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ varsa $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ ile, $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ varsa $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ ile genişletme yapılır.

$(x-y)\cdot(x+y) = x^2 - y^2$ özdeşliğinden yararlanılır.

Örnek

$\dfrac{4}{3+\sqrt{5}}$ ifadesinin paydasını rasyonel yapınız.

Çözüm

$$\frac{4}{3+\sqrt{5}} = \frac{4\cdot(3-\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})\cdot(3-\sqrt{5})}$$

$$= \frac{4\cdot(3-\sqrt{5})}{3^2-(\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{4\cdot(3-\sqrt{5})}{9-5}$$

$$= \frac{4\cdot(3-\sqrt{5})}{4}$$

$= 3-\sqrt{5}$ bulunur.

Sıra Sizde

Aşağıdaki ifadelerin paydalarını rasyonel olacak biçimde yazınız.

a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ **b)** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$ **c)** $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ **ç)** $\dfrac{8}{\sqrt{6}-2}$

13. $\sqrt{a+2\sqrt{b}}$ ve $\sqrt{a-2\sqrt{b}}$ ifadeleri kök dışına çıkarılırken çarpımları b yi, toplamları a yı veren sayılar bulunur.

$$\sqrt{a+2\sqrt{b}}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$$ $(x+y=a$ ve $x\cdot y=b$ olmak üzere)

($a \to x+y$, $b \to x\cdot y$)

$$\sqrt{a-2\sqrt{b}}=\sqrt{x}-\sqrt{y}$$ $(x+y=a,\ x\cdot y=b$ ve $x>y$ olmak üzere)

($a \to x+y$, $b \to x\cdot y$)

Örnek

Aşağıdaki ifadelerin eşitini bulunuz.

a) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}+\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ **b)** $\sqrt{4+\sqrt{7}}+\sqrt{4-\sqrt{7}}$ **c)** $\sqrt{6-\sqrt{20}}-\sqrt{6+\sqrt{20}}$

Çözüm

a) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}+\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{2}+\cancel{1}+\sqrt{2}-\cancel{1}=2\sqrt{2}$ bulunur.

($3 \to 2+1$, $2 \to 2\cdot 1$)

b)
$$\sqrt{4+\sqrt{7}}+\sqrt{4-\sqrt{7}}=\sqrt{\frac{2(4+\sqrt{7})}{2}}+\sqrt{\frac{2(4-\sqrt{7})}{2}}$$
$$=\sqrt{\frac{8+2\sqrt{7}}{2}}+\sqrt{\frac{8-2\sqrt{7}}{2}}$$
$$=\frac{\sqrt{7}+\cancel{1}+\sqrt{7}-\cancel{1}}{\sqrt{2}}$$
$$=\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{7}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}$$
$$=\frac{\cancel{2}\sqrt{14}}{\cancel{2}}=\sqrt{14}$$ bulunur.

c) $\sqrt{6-\sqrt{20}}-\sqrt{6+\sqrt{20}}$

$=\sqrt{6-\sqrt{4\cdot 5}}-\sqrt{6+\sqrt{4\cdot 5}}$

$=\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}$

$=\sqrt{5}-1-(\sqrt{5}+1)$

$=\sqrt{5}-1-\sqrt{5}-1=-2$ bulunur.

Köklü Denklemler

Köklü ifade içeren denklemleri çözerken köklü ifade, eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılmalıdır. Ardından kökü kaldıracak şekilde eşitliğin her iki tarafının üssü alınmalıdır. Bulunan x değerlerinin başlangıçtaki denklemi sağlayıp sağlamadığı kontrol edilmelidir.

Örnek

$\sqrt{x}+2=7$ eşitliğini sağlayan x değerini bulunuz.

Çözüm

$\sqrt{x}+2=7 \Rightarrow \sqrt{x}=7-2$

$\Rightarrow \sqrt{x}=5$ (iki tarafın karesi alınırsa)

$\left(\sqrt{x}\right)^2=5^2 \Rightarrow x=25$ olur. Bu değer denklemde yerine yazılırsa

$\sqrt{25}+2=5+2=7$ denklem sağlandığından bu değer denklemin çözümü kabul edilir.

Örnek

$\sqrt{2x-3}=3$ denklemini sağlayan x değerini bulunuz.

Çözüm

Her iki tarafın karesi alınırsa

$\left(\sqrt{2x-3}\right)^2=3^2$

$2x-3=9$

$2x=12$ ise $x=6$ olur. Bu değer denklemde yerine yazılırsa

$\sqrt{2\cdot 6-3}=\sqrt{12-3}=\sqrt{9}=3$ denklem sağlandığından bu değer denklemin çözümü kabul edilir.

Örnek

$\sqrt{x-1}+x+5=12$ denklemini sağlayan x değerini bulunuz.

Çözüm

$$\sqrt{x-1}+x+5=12$$
$$\sqrt{x-1}=12-5-x$$
$$\sqrt{x-1}=7-x$$
$$\left(\sqrt{x-1}\right)^2=(7-x)^2$$
$$x-1=49-14x+x^2$$
$$x^2-15x+50=0$$

$(x-5)(x-10)=0$ olup, x = 5 ve x = 10 olur. Bu değerler denklemde yerine yazılırsa

$$x=5 \Rightarrow \sqrt{5-1}+5+5=12$$
$$12=12$$

$$x=10 \Rightarrow \sqrt{10-1}+10+5=12$$
$$18=12$$

10 değeri denklemi sağlamayıp 5 değeri denklemi sağladığından x=5 bulunur.

Sıra Sizde

Aşağıdaki eşitlikleri sağlayan x değerlerini bulunuz.

a) $\sqrt{x}+3=7$

b) $\sqrt{3x-2}=4$

Örnek

$\sqrt{x^2+2x-7}=\sqrt{x^2+6x-23}$ denklemini sağlayan x değerini bulunuz.

Çözüm

Her iki tarafın karesi alınırsa

$$\left(\sqrt{x^2+2x-7}\right)^2=\left(\sqrt{x^2+6x-23}\right)^2$$

$$\cancel{x^2}+2x-7=\cancel{x^2}+6x-23$$
$$2x-7=6x-23$$
$$2x-6x=-23+7$$
$$-4x=-16$$

$x=4$ olur. Bu değer denklemde yerine yazılırsa

$$\sqrt{4^2+2\cdot4-7}=\sqrt{4^2+6\cdot4-23}$$

$\sqrt{17}=\sqrt{17}$ denklem sağlandığından bu değer denklemin çözümü kabul edilir.

Örnek

$\sqrt{8^{x+1}} = \left(\sqrt[3]{32}\right)^{2x-1}$ olduğuna göre x değerini bulunuz.

Çözüm

8 ve 32 sayıları 2 nin kuvvetleri şeklinde yazılırsa

$$\sqrt{\left(2^3\right)^{x+1}} = \left(\sqrt[3]{2^5}\right)^{2x-1}$$

$$\sqrt{2^{3x+3}} = \sqrt[3]{2^{5(2x-1)}}$$

$$\sqrt{2^{3x+3}} = \sqrt[3]{2^{10x-5}}$$

$2^{\frac{3x+3}{2}} = 2^{\frac{10x-5}{3}}$ bu ifadede tabanlar eşit olduğundan üsler de eşittir.

$$\frac{3x+3}{2} = \frac{10x-5}{3}$$

$$3\cdot(3x+3) = 2\cdot(10x-5)$$

$$9x+9 = 20x-10$$

$-11x = -19 \Rightarrow x = \frac{19}{11}$ olur. Bu değer denklemde yerine yazılırsa

$\sqrt{8^{\frac{19}{11}+1}} = \left(\sqrt[3]{32}\right)^{2\cdot\frac{19}{11}-1}$ ve buradan $2^{\frac{45}{11}} = 2^{\frac{45}{11}}$ eşitliği sağlanır. Bu değer denklemin çözümü kabul edilir.

Örnek

$\sqrt[3]{5+2\sqrt{x}} = 3$ olduğuna göre x değerini bulunuz.

Çözüm

Her iki tarafın küpü alınırsa

$$\left(\sqrt[3]{5+2\sqrt{x}}\right)^3 = 3^3$$

$$5+2\sqrt{x} = 27$$

$$2\sqrt{x} = 27-5$$

$$2\sqrt{x} = 22$$

$$\sqrt{x} = 11$$

$x = 121$ olur. Bu değer soruda yerine yazılırsa

$$\sqrt[3]{5+2\sqrt{121}} = \sqrt[3]{5+2\cdot 11}$$

$\sqrt[3]{27} = 3$ denklem sağlandığından bu değer denklemin çözümü kabul edilir.

Sıra Sizde

Aşağıdaki eşitlikleri sağlayan x değerlerini bulunuz.

a) $\sqrt{x^2-3x+1}=\sqrt{x^2-14}$

b) $\sqrt{9^{x+1}}=\left(\sqrt[3]{3}\right)^x$

c) $\sqrt[4]{2+2\sqrt{x}}=2$

Örnek

$\sqrt{3\cdot\sqrt[3]{x}}=\sqrt[3]{3\cdot\sqrt[4]{x}}$ eşitliğini sağlayan x değerini bulunuz.

Çözüm

$$\sqrt{3\cdot\sqrt[3]{x}}=\sqrt[3]{3\cdot\sqrt[4]{x}}$$

$$\sqrt{\sqrt[3]{27x}}=\sqrt[3]{\sqrt[4]{81x}}$$

$\sqrt[6]{27x}=\sqrt[12]{81x}$ bu ifadede köklerin kalkması için her iki tarafın 12. kuvveti alınırsa

$$\left(\sqrt[6]{3^3\cdot x}\right)^{12}=\left(\sqrt[12]{3^4\cdot x}\right)^{12}$$

$$\left(3^3\cdot x\right)^2=3^4\cdot x$$

$$3^6\cdot x^2=3^4\cdot x$$

$$x=\frac{3^4}{3^6}=3^{4-6}$$

$=3^{-2}=\frac{1}{9}$ olur. Bu değer denklemi sağladığından çözüm kabul edilir.

Örnek

$\dfrac{1+\sqrt{x}}{1-x}-\dfrac{x}{1-\sqrt{x}}=3$ eşitliğini sağlayan x değerini bulunuz.

Çözüm

$1-x=\left(1-\sqrt{x}\right)\cdot\left(1+\sqrt{x}\right)$ yazılabilir (iki kare farkından).

$$\frac{1+\sqrt{x}}{\left(1-\sqrt{x}\right)\cdot\left(1+\sqrt{x}\right)}-\frac{x}{1-\sqrt{x}}$$

$$=\frac{1}{1-\sqrt{x}}-\frac{x}{1-\sqrt{x}}=\frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$$ ⟶ iki kare farkı özdeşliğinden yararlanıldı.

$$=\frac{\left(1-\sqrt{x}\right)\cdot\left(1+\sqrt{x}\right)}{1-\sqrt{x}}=1+\sqrt{x}=3\Rightarrow\sqrt{x}=2$$ ise $x=4$ olur. Bu değer denklemde yerine yazıldığında

$\dfrac{1+\sqrt{4}}{1-4}-\dfrac{4}{1-\sqrt{4}}=\dfrac{3}{-3}-\dfrac{4}{-1}=3$ bu değer denklemi sağladığından çözüm kabul edilir.

Sıra Sizde

Aşağıdaki eşitlikleri sağlayan x değerlerini bulunuz.

a) $\sqrt{2\sqrt[3]{x}}=\sqrt[3]{3\sqrt{x-2}}$

b) $\dfrac{2+\sqrt{x}}{4-x}-\dfrac{x}{2-\sqrt{x}}=8$

c) $3^{\sqrt{x}}=27^{\sqrt{x}-2}$

ç) $\sqrt{5^{x+1}}\cdot\sqrt[3]{25^{x}}=625$

ALIŞTIRMALAR

1. $\dfrac{\sqrt{1,6}+\sqrt{0,4}}{\sqrt{0,9}-\sqrt{0,1}}$ **ifadesinin eşitini bulunuz.**

2. $5\sqrt{90}+2\sqrt{40}=x\sqrt{10}$ **ifadesinde x sayısının eşitini bulunuz.**

3. $x=\sqrt{2}+3$ olduğuna göre $\dfrac{(x-8)\cdot(x+2)}{23}$ **ifadesinin eşitini bulunuz.**

4. $\sqrt[4]{\left(3-\sqrt{10}\right)^4}+\sqrt{\left(\sqrt{10}-5\right)^2}+\sqrt[3]{\left(3-\sqrt{5}\right)^3}$ **ifadesinin eşitini bulunuz.**

5. $\dfrac{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt[6]{2}}=2^x$ **olduğuna göre x değerini bulunuz.**

6. $x < 0 < y$ olduğuna göre $\sqrt{x^2} + \sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{y^2}$ **ifadesinin x ve y cinsinden eşitini bulunuz.**

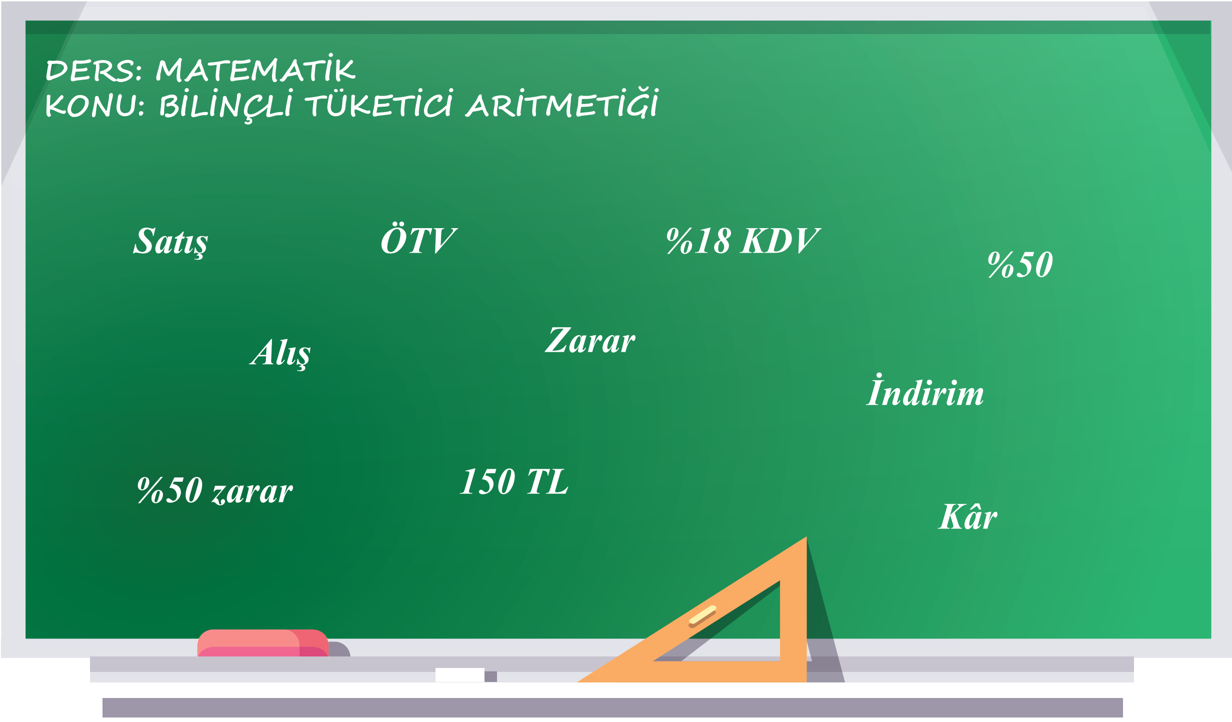
7. $\sqrt{7+2\sqrt{6}} - \sqrt{7-2\sqrt{6}}$ **ifadesinin eşitini bulunuz.**

8. $a = -\sqrt{2}$, $b = -\sqrt[4]{8}$, $c = -\sqrt[6]{16}$ **sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.**

9. $\sqrt[4]{\dfrac{4^{x+2}}{8^{x-1}}} = 64$ **denklemini sağlayan x gerçek sayısını bulunuz.**

10. $\dfrac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \dfrac{3}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ **ifadesinin eşitini bulunuz.**

1.2 BİLİNÇLİ TÜKETİCİ ARİTMETİĞİ



NELER ÖĞRENECEKSİNİZ?

- Zamanında ödenmeyen faturaların gecikme bedellerini hesaplamayı,
- Bir malın alış fiyatı üzerine KDV, ÖTV ve kâr eklenmesi, belli bir satış fiyatı üzerinden indirim yapılması gibi günlük hayat durumlarını analiz etmeyi,
- Farklı para birimlerini birbirine çevirmeyi,
- Araç kullanımı ile yakıt tüketimi arasındaki ilişkileri,
- Dakikaya veya pakete bağlı telefon aboneliklerinden kendinize en uygun olanı seçebilmeyi.

TERİM VE KAVRAMLAR

- Gecikme Bedeli
- İskonto
- Kâr-zarar-maliyet
- Vade, Vade farkı
- Enflasyon
- Yatırım
- Oran-orantı
- Parite

SEMBOL VE GÖSTERİMLER

- %
- KDV
- ÖTV
- TL
- L
- ml
- gr
- kg
- km/sa.

Hazırlık Çalışması



Bilinçli Tüketici Kimdir?
Bir mal veya hizmeti satın alırken temel gereksinimini ön planda tutan, satın alacağı mal ve hizmetlerin kaliteli, güvenli, ucuz ve sağlıklı olması için araştırma yapan, tüketici haklarını bilen ve savunan, reklamların etkisinde kalarak tüketim ve israf yapmayan kişidir.

Bilinçli Tüketicinin Özellikleri
- Alışverişe çıkmadan önce alınacaklar listesini yapar.
- Elektronik ürünler alacak ise garantili ürünlere yönelir.
- Satın aldığı ürünlerin faturasını veya fişini alır.
- Alacağı ürünler hakkında fiyat araştırması yapar.
- Gıda ürünleri alırken üretim ve son kullanma tarihlerini kontrol eder.
- Hiçbir ürünü görmeden ve incelemeden satın almaz.
- Aldığı ürünlerde TSE damgası olup olmadığını kontrol eder.
- Bir tüketici olarak haklarının yasalarla koruma altına alındığını bilir ve haklarını savunur.
- Aldığı bir üründe sorun olduğunda ürüne ait fiş ya da garanti belgesiyle itiraz edebileceğini bilir.

Araştırma

1. Yukarıdaki bilgilerden hareketle tüketici hakları konusunda Genel Ağ'dan araştırma yapınız. Yapılan araştırmayla ilgili bir sunu hazırlayınız. Çalışmayı sınıfta arkadaşlarınızla paylaşınız.

2. Bilinçli tüketicinin ülkesi ve ailesine karşı sorumluluklar nelerdir? Araştırınız.

Yüzde Kavramı

Yüzde ifadesi, paydası 100 olan kesirler için kullanılır.

Örneğin $\frac{45}{100}$ ifadesi 45 bölü 100 ya da yüzde 45 olarak okunur ve %45 şeklinde gösterilir.

Bir sayının % a sı hesaplanırken sayı $\frac{a}{100}$ ile çarpılır.

Örnek

250 sayısının

a) %50 sini bulunuz.

b) %30 unu bulunuz.

c) %20 fazlasını bulunuz.

ç) %10 eksiğini bulunuz.

Çözüm

a) 250 sayısının %50 si $\overset{25}{\cancel{250}} \cdot \frac{\overset{5}{\cancel{50}}}{\cancel{100}} = 125$ bulunur.

b) 250 sayısının %30 u $\overset{25}{\cancel{250}} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{30}}}{\cancel{100}} = 75$ bulunur.

c) **1. yöntem:** 250 sayısının %20 si $\overset{25}{\cancel{250}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{20}}}{\cancel{100}} = 50$ bulunur.

Buradan %20 fazlası ise $250 + 50 = 300$ olur.

2. yöntem: Bir sayının %20 fazlası %120 sidir.

250 sayısının %20 fazlası $\overset{25}{\cancel{250}} \cdot \frac{\overset{12}{\cancel{120}}}{\cancel{100}} = 300$ bulunur.

ç) Bir sayının %10 eksiği %90 ıdır.

250 sayısının %10 eksiği $\overset{25}{\cancel{250}} \cdot \frac{\overset{9}{\cancel{90}}}{\cancel{100}} = 225$ bulunur.

Sıra Sizde

150 sayısının

a) %40 ını bulunuz.

b) %20 fazlasını bulunuz.

c) %20 eksiğini bulunuz.

ç) %40 fazlasını bulunuz.

Örnek

a) %5 i 20 olan sayıyı bulunuz.
b) 40 sayısının yüzde kaçının 16 olduğunu bulunuz.
c) %10 fazlası 220 olan sayıyı bulunuz.

Çözüm

a) a sayının %5 i 20 olsun. Buradan

$$a \cdot \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{100}_{20}} = 20$$

$$\frac{a}{20} = 20 \text{ içler dışlar çarpımından } a = 20 \cdot 20 = 400 \text{ bulunur.}$$

b) 40 sayısının % a sı 16 olsun. Buradan

$$40 \cdot \frac{a}{100} = 16$$

$$\frac{2a}{5} = 16 \text{ içler dışlar çarpımından } a = 40 \text{ bulunur.}$$

c) İstenen sayı x olsun. Bu sayının %10 fazlası %110 udur. Buradan da

$$x \cdot \frac{\cancel{110}^{1}}{100} = \cancel{220}^{2}$$

$$\frac{x}{100} = 2 \text{ ise } x = 200 \text{ bulunur.}$$

Sıra Sizde

a) %10 u 150 olan sayıyı bulunuz.
b) 80 sayısının yüzde kaçının 20 olduğunu bulunuz.
c) %20 fazlası 360 olan sayıyı bulunuz.
ç) %30 eksiği 140 olan sayıyı bulunuz.

@ Teknoloji Uygulaması

Bir üniversitede öğrencilerin ortalama notu, girdiği sınavlardan almış oldukları notlar elektronik tablo yazılımı (Excel) kullanılarak vizeden alınan notun %40 ı ile finalden alınan notun %60 ının toplanmasıyla hesaplanmaktadır.

	A	B	C	D	E
1					
2		VİZE (%40)	FİNAL (%60)	ORTALAMA	
3					
4					

Vize notu B3 hücresinde final notu C3 hücresinde ortalama ise D3 hücresindedir.
Vize notu için yüzde hesap formülü: =YUVARLA(B3*40/100;2) bulunur.
Final notu için yüzde hesap formülü: =YUVARLA(C3*60/100;2) bulunur.
Ortalama notu hesap formülü: =ORTALAMA(B3:C3) bulunur.

TOPLAM | =YUVARLA(B3*40/100;2)

	A	B	C	D	E	F
1						
2		VİZE (%40)	FİNAL (%60)	ORTALAMA		
3		35	70	56		
4						

Yukarıdaki tabloda vizeden 35, finalden 70 alan bir öğrencinin not ortalamasının 56 olduğu görülür.

Tanım

Gecikme Bedeli
Zamanında ödenmeyen bir faturaya son ödeme tarihini takip eden günden başlayarak günlük olarak yansıtılan bedeldir.
Fatura için gecikme bedelinin oranları aylık olarak belirtilerek günlük olarak işletilmekte ve hesaplanmaktadır. Gecikme bedeli genel olarak aylık yüzde 2 ile yüzde 5 arasında değişmektedir. Örneğin 100 TL lik bir faturaya aylık %2 oranında gecikme bedeli işlediği düşünüldüğünde bir ay geç ödenen fatura 100 TL yerine 102 TL olarak ödenir. Gecikme 3 gün ise fatura 20 kuruş fazla verilerek ödenebilir. Geç ödenen faturaların gecikme bedeliyle birlikte toplam fatura bedeli hesaplanırken

$$(\text{Fatura bedeli}) + (\text{Fatura bedeli}) \cdot \left(\begin{matrix}\text{Gecikme bedeli} \\ \text{oranı (\%)}\end{matrix}\right) \cdot \frac{\text{Geciken gün sayısı}}{30}$$

formülü kullanılabilir.

Örnek

Nalan Hanım'a gelen elektrik faturasının bilgileri aşağıdaki gibidir.

ÖDENECEK TUTAR	145,5 TL
SON ÖDEME TARİHİ	20/09/2018

Faturaların geç ödenmesi hâlinde elektrik şirketi aylık %2 oranında gecikme bedeli almaktadır. Faturasını son ödeme tarihinden 40 gün sonra ödeyen Nalan Hanım'ın ödemesi gereken toplam fatura tutarını bulunuz.

Çözüm

40 günlük gecikme bedeli bulunacak olursa

40 günlük gecikme bedeli: $145,5 \cdot \left(\frac{2}{100}\right) \cdot \left(\frac{40}{30}\right)$ TL = 3,88 TL

Toplam fatura tutarı: 145,5 TL + 3,88 TL = 149,38 TL bulunur.

Örnek

Ahmet Bey'in evine gelen iki su faturasının bilgileri aşağıdaki gibidir.

ÖDENECEK TUTAR	52 TL
SON ÖDEME TARİHİ	10/11/2018

ÖDENECEK TUTAR	42 TL
SON ÖDEME TARİHİ	10/12/2018

Her iki su faturasını da 20/12/2018 tarihinde ödeyen Ahmet Bey'in toplam ödediği tutarı bulunuz (Su faturasına uygulanan gecikme bedeli oranını aylık %1,5 kabul ediniz.).

Çözüm

Ahmet Bey, kasım ayı faturasını 40 gün, aralık ayı faturasını 10 gün geciktirmiştir.

Kasım ayı faturasının

40 günlük gecikme bedeli: $52 \cdot \left(\frac{1,5}{100}\right) \cdot \left(\frac{40}{30}\right) = 1,04$ TL bulunur.

Kasım ayı faturası toplam: 52 + 1,04 = 53,04 TL bulunur.

Aralık ayı faturasının

10 günlük gecikme bedeli: $42 \cdot \left(\frac{1,5}{100}\right) \cdot \left(\frac{10}{30}\right) = 0,21$ TL bulunur.

Aralık ayı faturası toplam: 42 + 0,21 = 42,21 TL bulunur.

Ahmet Bey iki faturaya toplam

53,04 + 42,21 = 95,25 TL ödeyecektir.

Sıra Sizde

Bir eve 120 TL tutarında elektrik faturası gelmiştir. Faturaların geç ödenmesi hâlinde elektrik şirketi aylık %3 oranında gecikme bedeli almaktadır. Ev sahibi faturasını son ödeme tarihinden 20 gün sonra ödemiştir. Ödeyeceği toplam fatura tutarını bulunuz.

Örnek

Bir internet dağıtım şirketi, abonelerine aylık %2,5 oranında gecikme bedeli uygulamaktadır. Aboneler faturalarını son ödeme tarihinden itibaren 15 gün içerisinde ödemezlerse şirket, abonelerinin internet hatlarını kapatmaktadır. İnternet hattı kapanan her aboneden hattın açılması için 11,5 TL açma/kapama bedeli almaktadır.

Bu internet dağıtım şirketinin abonesi olan Yasemin Hanım'a gelen internet faturası 48 TL ise

a) Yasemin Hanım, faturasını son ödeme tarihinden 12 gün sonra öderse toplam fatura tutarını bulunuz.
b) Yasemin Hanım, faturasını son ödeme tarihinden 18 gün sonra öderse toplam fatura tutarını bulunuz.

Çözüm

a) Yasemin Hanım 15 günlük süreyi geçirmediği için internet hattı kapatılmamıştır. Açma/kapama bedeli ödemeyecektir.

12 günlük gecikme bedeli: $48 \cdot \left(\frac{2,5}{100}\right) \cdot \left(\frac{12}{30}\right) = 0,48$ TL

Yasemin Hanım'ın ödemesi gereken toplam tutar
$48 + 0,48 = 48,48$ TL olur.

b) Yasemin Hanım 15 günlük süreyi geçirdiği için internet hattı kapatılmıştır. Dolayısıyla açma/kapama bedeli ödeyecektir. Önce gecikme bedeli hesaplandığında

18 günlük gecikme bedeli: $48 \cdot \left(\frac{2,5}{100}\right) \cdot \left(\frac{18}{30}\right) = 0,72$ TL bulunur.

Yasemin Hanım'ın ödemesi gereken toplam tutar
$48 + 0,72 + 11,5 = 60,22$ TL bulunur.

Tanımlar

Katma Değer Vergisi (KDV)
Yürürlükte bulunan vergi kanunlarına göre her satıcı aldığı ürüne Katma Değer Vergisi öder. Sattığı üründen KDV alır. Aradaki farkı da her ay sonunda ilgili vergi dairesine öder.

Özel Tüketim Vergisi (ÖTV)
Belirli mal veya ürünler üzerinden maktu (kesin olarak belirlenmiş değer) oransal olarak alınan vergidir. ÖTV, Türkiye'de 2002 yılından itibaren uygulanmaktadır. ÖTV, lüks tüketimi, çevreye ve insan sağlığına zarar veren mal ve ürünlerin kullanılmasını azaltmak amacıyla uygulanır. Bu nedenle ÖTV lüks mallar (mücevher, kürk vb.), sağlığa zararlı ürünler (alkol, tütün mamülleri vb.), çevreye zararlı fosil yakıtlar (benzin, kömür vb.) ve bazı kimyasal mallarda uygulanmaktadır.

Alış Fiyatı
Satıcının aldığı mal için ödediği paraya **alış fiyatı** denir.

Maliyet Fiyatı
Ürün satılıncaya kadar satıcının yaptığı masrafların alış fiyatına eklenmesi ile oluşan fiyata **maliyet fiyatı** denir.

Satış Fiyatı (Etiket Fiyatı)
Bir ürünün satıldığı fiyata **satış fiyatı** denir.

Kâr
Bir ürün satılırken maliyet fiyatına eklenen paraya **kâr** denir.

Zarar
Bir ürünün maliyet fiyatından daha düşük fiyata satılması durumunda oluşan farka **zarar** denir.

İndirim (İskonto)
Bir ürünün satış fiyatı ile indirimli satış fiyatı arasındaki farka **iskonto** denir.

KDV Dâhil Satış Fiyatı Hesaplama .

Bir ürünün KDV tutarı = (KDV hariç satış fiyatı) (KDV oranı (%))

KDV dâhil satış tutarı = (KDV hariç satış fiyatı) + (Ürünün KDV tutarı)

v.eya

KDV dâhil satış tutar = (KDV hariç tutar) [1+ KDV oranı (%)] bulunur.

Örnek

%8 KDV ile satılan bir ürünün KDV dâhil fiyatı 216 TL olduğuna göre bu üründen alınan KDV tutarını bulunuz.

Çözüm

Ürünün maliyet fiyatı x TL kabul edildiğinde, KDV dâhil satış fiyatı: $x + x \cdot \frac{8}{100} = 216$

$$108x = 216 \cdot 100$$

$$x = 200 \text{TL olur.}$$

Bu durumda üründen alınan KDV tutarı $216 - 200 = 16$ TL bulunur.

Örnek

Maliyet fiyatı 200 TL olan bir ürünün %20 kârlı satış fiyatını bulunuz.

Çözüm

$200 \cdot \frac{20}{100} = 40$ TL kâr elde edilir.

%20 kârlı satış fiyatı ise 200 + 40 = 240 TL bulunur.

Sıra Sizde

Maliyet fiyatı 500 TL olan bir ürünün %18 kârlı satış fiyatını bulunuz.

Örnek

Kitap fuarındaki bir kitapçı, bir kitap alana ikinci kitabı %20 indirimle satmaktadır. Farklı fiyatlarda kitap alınırsa fiyatı düşük olan kitaba indirim uygulanmaktadır. Buna göre 45 TL ve 30 TL lik iki kitap alan bir kişinin toplamda kaç TL ödediğini bulunuz.

Çözüm

Bir ürünün %20 indirimli satış fiyatı %80 i alınarak bulunur. Fiyatı düşük olan kitaba indirim uygulandığı için 30 TL lik kitaba %20 indirim uygulanırsa

Kitabın fiyatı: $30 \cdot \frac{80}{100} = 24$ TL olur.

Toplam ödenmesi gereken tutar ise 45 + 24 = 69 TL olur.

Örnek

Cep telefonlarında uygulanan KDV oranı %18, ÖTV oranı %25 tir. Cep telefonları satılırken fabrika çıkış fiyatının üzerine önce ÖTV eklenmekte daha sonra ÖTV dâhil fiyatı üzerine KDV eklenerek cep telefonunun satış fiyatı hesaplanmaktadır.
Bir bayi fabrika çıkış fiyatı 1200 TL olan bir cep telefonu KDV ve ÖTV dâhil fiyatı üzerinden %10 kârla satmak istiyor. Bu cep telefonunun satış fiyatını bulunuz.

Çözüm

Cep telefonunun ÖTV dâhil fiyatı $1200 \cdot \frac{125}{100} = 1500$ TL

Cep telefonunun KDV dâhil fiyatı $1500 \cdot \frac{118}{100} = 1770$ TL

Satış fiyatı $1770 \cdot \frac{110}{100} = 1947$ TL bulunur.

Örnek

Bir mağaza, KDV dâhil satış fiyatı 472 TL olan bir paltoyu, sezon sonunda KDV hariç fiyatı üzerinden %20 indirimli satmaktadır. Bu paltonun indirimli KDV li satış fiyatını bulunuz (KDV oranını %18 alınız.)

Çözüm

Paltonun KDV hariç satış fiyatı x TL kabul edilirse

$$x + x \cdot \frac{18}{100} = 472$$

$$\frac{100 \cdot x + 18 \cdot x}{100} = 472$$

$$118 \cdot x = 472 \cdot 100 \quad \text{denkleminden } x = 400 \text{ bulunur.}$$

$$400 - 400 \cdot \frac{20}{100} = 400 - 80 = 320 \quad \text{indirimli satış fiyatıdır.}$$

KDV dahil satış fiyatı: $320 + 320 \cdot \frac{18}{100}$

$$= 320 + 57{,}6 = 377{,}6 \text{ TL bulunur.}$$

Sıra Sizde

%40 kârla satılan bir ürünün satış fiyatı üzerinden %20 indirim yapıldığında elde edilen kârın yüzde kaç olduğunu bulunuz.

Teknoloji Uygulaması

Elektronik tablo yazılımı (Excel) kullanarak KDV hariç fiyatı 1600 TL olan bir ürünün %8 KDV dahil fiyatını bulunuz.

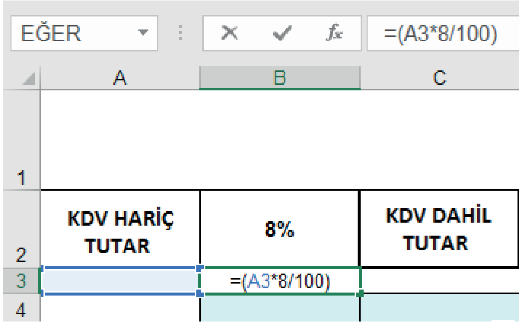
1. adım

KDV hariç tutar, KDV oranı ve KDV dâhil toplam tutar için sırasıyla (A3), (B3) ve (C3) hücreleri oluşturulur.

	A	B	C
2	KDV HARİÇ TUTAR	8%	KDV DAHİL TUTAR
3			
4			
5			
6			

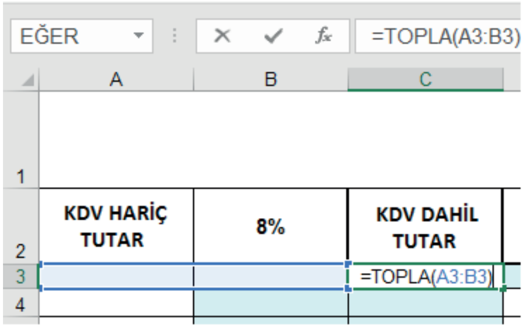
2. adım

(B3) hücresine %8 KDV formülünü =(A3*8/100) şeklinde yazınız.



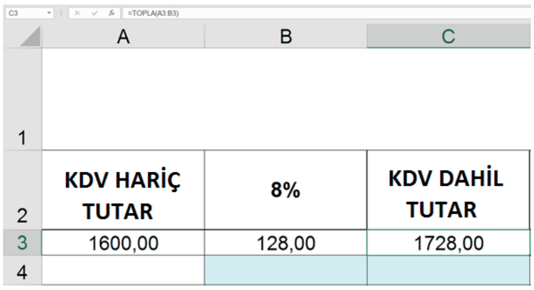
3. adım

(C3) hücresine %8 KDV dâhil toplam tutarın formülünü : TOPLA(A3:B3) yazınız.



4. adım

(A3) hücresine KDV hariç ürün tutarı 1600 TL olarak yazıldığında (B3) hücresinde %8 KDV miktarının 128 TL ve (C3) hücresinde KDV dâhil toplam tutarın 1728 TL olduğu görülür.



Sıra Sizde

Yukarıdaki programı kullanarak KDV hariç tutarı 3000 TL olan bir malın KDV tutarını ve KDV dâhil toplam tutarını bulunuz.

Tanım

Vade

Bir işin yapılması veya bir borcun ödenmesi için tanınan süreye **vade** denir.

Vade Farkı

Bir malın peşin satılmasıyla vadeli satılması arasında oluşan fiyat farkına **vade farkı** denir. Vade farkından doğan taksit hesaplanırken ürünün peşin fiyatı taksit sayısına bölünür, bu tutara aylık vade farkı miktarının eklenmesiyle taksit tutarı hesaplanır.

Örnek

Bir mağazadan 15 000 TL ye mobilya alan Esma Hanım'a mağaza %2 vade farkıyla 6 aylık, %3 vade farkıyla 8 aylık ve %5 vade farkıyla 12 aylık taksitler önermektedir. Esma Hanım'ın bu seçeneklerin her biri için ödeyeceği aylık taksitleri ve toplam tutarı bularak tablo ile gösteriniz.

Çözüm

6 aylık taksit için: $15\ 000 \div 6 = 2500$ TL

Aylık vade farkı: $2500 \cdot \frac{2}{100} = 50$ TL

Aylık ödenecek taksit: $2500 + 50 = 2550$ TL

Toplam tutar: $6 \cdot 2550 = 15\ 300$ TL

8 aylık taksit için: $15\ 000 \div 8 = 1875$ TL

Aylık vade farkı: $1875 \cdot \frac{3}{100} = 56,25$ TL

Aylık ödenecek taksit: $1875 + 56,25 = 1931,25$ TL

Toplam tutar: $1931,25 \cdot 8 = 15\ 450$ TL

12 aylık taksit için: $15\ 000 \div 12 = 1250$ TL

Aylık vade farkı: $1250 \cdot \frac{5}{100} = 62,5$ TL

Aylık ödenecek taksit: $1250 + 62,5 = 1312,5$ TL

Toplam tutar: $1312,5 \cdot 12 = 15\ 750$ TL

Bulunan sonuçlar aşağıdaki tabloda gösterilirse

Tablo 1.1: Aylık Taksitler ve Mobilyanın Toplam Maliyetleri

	6 Ay (%2)	8 Ay (%3)	12 Ay (%5)
Aylık Taksitler	2550 TL	1931,25 TL	1312,5 TL
Toplam Tutar	15 300 TL	15 450 TL	15 750 TL

Tanım

Enflasyon

Enflasyon, ekonomideki mal ve hizmetlerin fiyatlarında gözlenen sürekli ve genel kapsamlı artışı ifade eder. Bunun sonucu olarak 1 TL ile alınabilecek mal miktarı azalarak TL nin değeri öncekine kıyasla düşmüş olur. Enflasyonun tanımındaki en önemli unsurlardan biri sadece ürünlerin fiyatlarının artması olmayıp mal ve hizmetlerin genelinde fiyat artışının olmasıdır. Bir kimsenin alabildiği mal veya hizmetlerinin tamamına alım gücü denir. Enflasyonun olduğu ülkelerde alım gücü olumsuz etkilenir.

Örnek

Enflasyon oranının %40 olduğu bir ülkede işçi maaşlarına %54 zam yapılmıştır. Bu durumda işçinin alım gücünde nasıl bir değişim olduğunu bulunuz.

Çözüm

Alınabilecek ürün fiyatı 100 TL kabul edilirse

Enflasyonla birlikte ürünün yeni fiyatı: $100 \cdot \frac{40}{100} = 40$ TL artar ve $100 + 40 = 140$ TL olur.

İşçinin maaşı 100 TL ise

Zamdan sonra: $100 \cdot \frac{54}{100} = 54$ TL artar ve $100 + 54 = 154$ TL olur.

İşçinin alım gücü: $154 - 140 = 14$ TL artar.

Değişim yüzde olarak ifade edilmek istenirse; $140 \cdot \frac{x}{100} = 14$

$140 \cdot x = 14 \cdot 100$ ise $x = 10$ olur.

İşçinin alım gücünde %10 luk bir artış olur.

Örnek

Yıl başında 250 TL ye alınan bir ürün yıl sonunda 300 TL ye alınabildiğine göre bu ülkedeki yıllık enflasyon oranının yüzde kaç olduğunu bulunuz.

Çözüm

Fiyattaki artış miktarı: $300 - 250 = 50$ TL

Enflasyon yüzdesi x kabul edilirse

$250 \cdot \frac{x}{100} = 50$

$250 \cdot x = 100 \cdot 50$ ise $x = 20$ olur.

Enflasyon oranı %20 bulunur.

Sıra Sizde

Yıllık enflasyon oranının %10 olduğu bir ülkede 300 TL olan bir ürünün fiyatının 2 yıl sonra kaç TL olacağını bulunuz.

Tanım

Yatırım

Belli bir getiri sağlamak amacıyla, belirli vadelerde birikimlerin yatırım araçlarına bağlanmasıdır.

Örnek

Tablo 1.2: Yatırım Türüne Göre Yıllık Getiri

YATIRIM TÜRÜ	YILLIK GETİRİ YÜZDESİ	YATIRILAN AY ARALIĞI
Borsa	%6	OCAK-NİSAN
Devlet Tahvili	%15	MAYIS-AĞUSTOS
Döviz	%9	EYLÜL-ARALIK

Yukarıdaki tabloda yatırım türüne göre yıllık getiri yüzdesi verilmiştir. 12 000 lirası olan bir kişi yıl içinde sırasıyla belirtilen ay aralıklarında parasını yatırmaktadır. Yıl sonu itibarıyla kaç lira biriktirmiş olduğunu bulunuz.

Çözüm

OCAK-NİSAN

Yıllık kazanç: $12\,000 \cdot \frac{6}{100} = 720$ TL bulunur.

O hâlde 4 aylık kazanç: $720 \cdot \frac{1}{3} = 240$ TL olur.

Anapara: 12 000 + 240 = 12 240 TL bulunur.

MAYIS-AĞUSTOS

Yıllık kazanç: $12\,240 \cdot \frac{15}{100} = 1836$ TL bulunur.

O hâlde 4 aylık kazanç: $1836 \cdot \frac{1}{3} = 612$ TL olur.

Anapara: 12 240 + 612 = 12 852 TL bulunur.

EYLÜL-ARALIK

Yıllık kazanç: $12\,852 \cdot \frac{9}{100} = 1156{,}68$ TL bulunur.

O hâlde 4 aylık kazanç: $1156{,}68 \cdot \frac{1}{3} =$ 385,56 TL bulunur.

Anapara: 12 852 + 385,56 = 13 237,56 TL bulunur.

Örnek

Aşağıdaki tabloda 2015, 2016 ve 2017 yıllarına göre 1 gr altın, A ve B ülkelerinin para birimlerinin TL cinsinden değerleri verilmiştir.

Tablo 1.3: Kur Tablosu

	2015	2016	2017
1 A (A Ülkesi Para Birimi)	2,40	3,25	3,70
1 B (B Ülkesi Para Birimi)	3,74	3,96	4,20
ALTIN	147,09	151,24	154,20

Bir yatırımcı, 2015 yılında aldığı 1000 B, 500 A ve 100 gr altını 2017 yılında bozdurmuştur. Kâr getirisi bakımından yüzde oranı en yüksek olan yatırımın hangisi olduğunu bulunuz.

Çözüm

A para biriminden elde edilen kâr: $500\cdot(3,70-2,40)=500\cdot1,30=650$ TL

B para biriminden elde edilen kâr: $1000\cdot(4,20-3,74)=1000\cdot0,46=460$ TL

Altından elde edilen kâr: $100\cdot(154,20-147,09)=100\cdot7,11=711$ TL

Edilen kârın yüzdelik karşılığını hesaplamak için doğru orantıdan faydalanılır.

A para biriminin maliyeti: $2,40\cdot500=1200$ TL
A para biriminden elde edilen kâr: 650 TL

$$1200\cdot\frac{x}{100}=650$$

$$1200\cdot x=100\cdot650$$

$$x\approx54,166$$

B para biriminin maliyeti: $3,74\cdot1000=3740$ TL
B para biriminden elde edilen kâr: 460 TL

$$3740\cdot\frac{x}{100}=460$$

$$3740\cdot x=100\cdot460$$

$$x\approx12,299$$

Altın maliyet: $147,09\cdot100=14\ 709$ TL
Altın kâr: 711 TL

$$14709\cdot\frac{x}{100}=711$$

$$14709\cdot x=100\cdot711$$

$$x\approx4,833$$

Yatırımcının A para birimine yapmış olduğu kâr yüzdesi daha yüksektir.

Sıra Sizde

	2016	2018
1 C (C Ülkesi Para Birimi)	3,25	3,77
1 D (D Ülkesi Para Birimi)	3,96	4,66

Yukarıdaki tabloda 1 D ülkesi ve 1 C ülkesi para biriminin 2016 ve 2018 yıllarına göre TL cinsinden değerleri verilmiştir.
Bir yatırımcı 2016 yılında aldığı 2000 D ve 1000 C yi 2018 yılında bozdurmuştur. Buna göre yatırımcının hangi yatırımından yüzde kaç daha fazla kazandığını bulunuz.

Tanım

Oran
İki çokluğun birbirine bölünerek karşılaştırılmasına oran denir. Buna göre a ve b reel sayılarından en az biri sıfırdan farklı olmak üzere a nın b ye oranı a:b veya $\frac{a}{b}$ biçiminde gösterilir.

- Boyları 170 cm ve 190 cm olan iki arkadaşın boyları oranı: $\frac{170 \text{ cm}}{190 \text{ cm}} = \frac{17}{19}$ olur.

Orantı
En az iki oranın eşitliğine orantı denir.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ şeklinde gösterilir.

Örnek

Dilara, Şehit aileleri yararına düzenlenen kermeste kullanmak için bir marketten plastik bardak alacaktır.

a) 8 tane plastik bardak 3,5 TL

b) 10 tane plastik bardak 4 TL

c) 6 tane plastik bardak 2,8 TL

Buna göre Dilara'nın hangi seçenekteki plastik bardağı satın almasının daha kârlı olacağını bulunuz.

Çözüm

Hangi seçenekteki bardağın birim fiyatının daha düşük olduğunu bulmak için ödenecek paranın plastik bardak adedine bölünmesi gerekir.

a) 8 tane bardak 3,5 TL ise 1 tane bardak $\frac{3,5}{8} = \frac{35}{80} = 0,4375$ TL

b) 10 tane bardak 4 TL ise 1 tane bardak $\frac{4}{10} = 0,4$ TL

c) 6 tane bardak 2,8 TL ise 1 tane bardak $\frac{2,8}{6} = 0,466$ TL bulunur.

Buna göre Dilara'nın b seçeneğindeki plastik bardağı satın alması daha kârlı olur.

Örnek

Ecem ve babası bayram alışverişi yapmak üzere gittikleri markette, üç farklı fiyatta paketler hâlinde satılan bayram şekerlerinden almak istemektedir.

a) 250 tane şeker bulunan paketin fiyatı 75 TL

b) 400 tane şeker bulunan paketin fiyatı 100 TL

c) 150 tane şeker bulunan paketin fiyatı 30 TL dir.

Buna göre Ecem ve babası hangi seçenekteki şeker paketini tercih ettiğinde daha kârlı bir alışveriş yapmış olacağını bulunuz.

Çözüm

Bu alışverişte miktarlar farklı olduğundan 1 şekerin fiyatını hesaplayıp birim fiyata ulaşılabilir.

a) 250 adet şekerin fiyatı 75 TL ise 1 şekerin fiyatı $= \frac{75}{250} = 0,30$ TL dir.

b) 400 adet şekerin fiyatı 100 TL ise 1 şekerin fiyatı $= \frac{100}{400} = 0,25$ TL dir.

c) 150 adet şekerin fiyatı 30 TL ise 1 şekerin fiyatı $= \frac{30}{150} = 0,20$ TL dir.

Bu birim fiyatlara göre c seçeneğindeki bayram şekeri paketinin tercih edilmesi daha kârlıdır.

Sıra Sizde

Bir mağaza, ürünlerinde 2 çeşit kampanya yapmaktadır.

1. kampanya: Aynı üründen 2 tane alındığında 2. ürün %50 indirimle satılmakta,

2. kampanya: 3 al 2 öde kampanyası dâhilinde aynı üründen 3 tane alındığında 3. ürün bedavaya verilmektedir.

Bir müşterinin tanesi 200 TL olan üründen hangi kampanyayı tercih ettiğinde daha kârlı olacağını bulunuz.

Tanım

Bir ülkenin parası esas alınarak diğer ülke parasının bu esas alınan ülke parası karşısında hesaplanan değerine **parite** denir.
Örneğin 1 A ülkesi para birimi = 0,95 B ülkesi para birimi kadar olduğunda
A ülkesi para birimi / B ülkesi para birimi paritesi 0,95 olur.

Örnek

Aşağıdaki tabloda 26/09/2017 tarihine ait döviz kurlarının TL cinsinden değeri verilmiştir.

Tablo 1.4: Döviz Kurları

Para Birimi	TL Karşılığı
1 A (A ülkesi para birimi)	4,1818
1 B (B ülkesi para birimi)	3,5162
1 C (C ülkesi para birimi)	2,7915

Tabloda bulunan para birimlerinin söz konusu tarihe göre yukarıdaki para birimlerinin birbirlerine göre paritelerini hesaplayınız.

Çözüm

- A/B ve B/C pariteleri

  $1\ A = 4{,}1818\ TL$

  $1\ B = 3{,}5162\ TL$

  O hâlde A/B paritesi $= \dfrac{4{,}1818}{3{,}5162} \approx 1{,}1892$

  B/A paritesi $= \dfrac{3{,}5162}{4{,}1818} \approx 0{,}8408$

- C/B ve B/C pariteleri

  $1\ C = 2{,}7915\ TL$

  $1\ B = 3{,}5162\ TL$

  O hâlde C/B paritesi $= \dfrac{2{,}7915}{3{,}5162} \approx 0{,}7938$

  B/C paritesi $= \dfrac{3{,}5162}{2{,}7915} \approx 1{,}2596$

- C/A ve A/C pariteleri

  $1\ C = 2{,}7915\ TL$

  $1\ A = 4{,}1818\ TL$

  O hâlde C/A paritesi $= \dfrac{2{,}7915}{4{,}1818} \approx 0{,}6970$

  A/C paritesi $= \dfrac{4{,}1818}{2{,}7915} \approx 1{,}4980$

Örnek

1 A ülkesi para birimi (A), 1 B ülkesi para birimi (B), 1 C ülkesi para birimi (C) olmak üzere

A /B paritesi 1,1892

B/C paritesi 1,2596

Yukarıda verilen paritelere göre aşağıda verilen para birimlerini birbirine çeviriniz.

a) 800 A nın kaç B olduğunu bulunuz.

b) 600 B nin kaç C olduğunu bulunuz.

Çözüm

a) A/B paritesi 1,1892 verildiğine göre,

$800\text{ A} = 800 \cdot 1{,}1892 = 951{,}36\text{ B dir.}$

b) B/C paritesi 1,2596 verildiğine göre,

$600\text{ B} = 600 \cdot 1{,}2596 = 755{,}76\text{ C dir.}$

Sıra Sizde

Aşağıdaki tabloda 26/09/2017 tarihine ait döviz kurlarının TL cinsinden değeri verilmiştir.

Tablo 1.5: Döviz Kurları

Para Birimi	TL Karşılığı
1 E (E ülkesi para birimi)	4,1818
1 F (F ülkesi para birimi)	4,7442

Tabloda bulunan para birimlerinin söz konusu tarihe göre paritelerini hesaplayınız.

Örnek



Görsel 1.3: Dört kişilik kek için malzeme listesi

Bir pastane 4 kişilik kek için yukarıdaki görselde verilen malzemeleri kullanmaktadır. Doğum günü partisi için 50 kişilik kek siparişi alan bu pastanenin keki yapmak için ihtiyacı olan malzeme miktarını hesaplayınız. (1 su bardağı sıvı 0,2 litredir.)

Çözüm

1 su bardağı süt 0,2 litre,
0,5 su bardağı yağ 0,1 litre olur.

Yukarıdaki görselde bu pastanenin 4 kişilik kek için kullandığı malzeme miktarı verilmiştir. Sipariş ise 50 kişiliktir.

O hâlde bahsi geçen miktarların birbirine oranı kullanılarak malzemenin kaç katına çıkarılacağı bulunur.

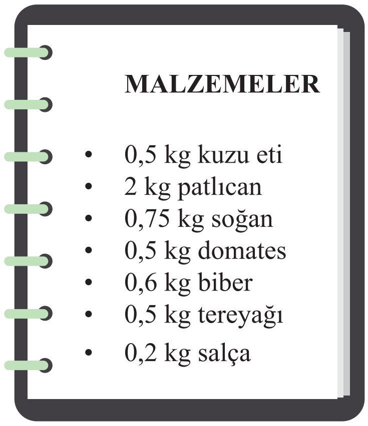
$\frac{50}{4} = 12,5$ olduğundan yukarıda bulunan malzeme tablosundaki miktarların 12,5 katı kadar malzemeye ihtiyaç vardır.

4 kişilik kek yapımında

- 150 gr un kullanıldığından 50 kişilik kek için $150 \cdot 12,5 = 1875$ gr un,
- 100 gr şeker kullanıldığından 50 kişilik kek için $100 \cdot 12,5 = 1250$ gr şeker,
- 2 adet yumurta kullanıldığından 50 kişilik pasta için $2 \cdot 12,5 = 25$ adet yumurta,
- 1 su bardağı yani 0,2 litre süt kullanıldığından 50 kişilik kek için $0,2 \cdot 12,5 = 2,5$ litre süt,
- 0,5 su bardağı yani 0,1 litre yağ kullanıldığından 50 kişilik kek için $0,1 \cdot 12,5 = 1,25$ litre yağ,
- 1 paket kabartma tozu kullanıldığından 50 kişilik kek için $1 \cdot 12,5 = 12,5$ paket kabartma tozu kullanılmalıdır.

Sıra Sizde

8 kişilik arkadaş grubu, hafta sonu yapacakları piknikte aşağıdaki malzemeleri kullanarak yemek yapmayı planlamaktadır.



Görsel 1.4: Malzeme Listesi

Bu arkadaş grubu 14 kişi olursa gerekli olacak yeni malzeme listesini hesaplayınız (Herkes eşit miktarda yemek yemektedir.).

Örnek

Aşağıdaki tabloda bir aracın hızına göre 100 km de tükettiği benzin miktarı gösterilmiştir.

Tablo 1.6: Bir Aracın Benzin Miktarı

Hız (Km/sa)	Benzin (litre)
80	10
110	12

Bu araç 600 km lik yolun 400 km sini sabit 80 km/sa hızla, geri kalanını ise 110 km/sa sabit hızla gittiğine göre bu yolculukta aracın tükettiği benzin miktarını bulunuz.

Çözüm

Yolun 400 km sini 80 km/sa hızla gittiğinde tabloya göre her 100 km de 10 litre benzin tükettiğinden 400 km de 40 litre benzin tüketir. Yolun 200 km sini 110 km/sa hızla gittiğinde tabloya göre her 100 km de 12 litre benzin tükettiğinden 200 km de 24 litre benzin tüketir. Öyleyse tüm yol boyunca 40 litre + 24 litre = 64 litre benzin tüketir.

@ Teknoloji Uygulaması

Her gün farklı miktarda poğaça üreten bir pastane sahibi, ihtiyaç duyduğu malzemeleri bilgisayarındaki Excel programı yardımıyla hesaplayıp üretim yapacaktır. Malzemenin %45 i un, %15 i su, %15 i yağ ve %25 i sütten oluşmaktadır.

	A	B	C	D	E	F
1						
2		POĞAÇA				
3		UN	SU	YAĞ	SÜT	
4		YÜZDE	YÜZDE	YÜZDE	YÜZDE	
5		45	15	15	25	
6						

Toplam miktar için A6 sütunu kullanılacaktır.
Toplam malzeme yüzdelerini hesaplayan formüller:

Un için B6 = YUVARLA(A6*B5/100;2)
Su için C6 = YUVARLA(A6*C5/100;2)
Yağ için D6 = YUVARLA(A6*D5/100;2)
Süt için E6 = YUVARLA(A6*E5/100;2)
şeklinde hücrelere formülleri giriniz.

(A6) hücresine toplam 7000 gr poğaça üretmek için örnek hesaplama aşağıda verilmiştir.

TOPLAM =YUVARLA(A6*B5/100;

	A	B	C	D	E	F
1						
2		POĞAÇA				
3		UN	SU	YAĞ	SÜT	
4		YÜZDE	YÜZDE	YÜZDE	YÜZDE	
5		45	15	15	25	
6	7000	3150	1050	1050	1750	GRAM
7						
8						

7000 gr poğaça üretmek için 3150 gr un, 1050 ml su, 1050 ml yağ ve 1750 ml süt gerekmektedir.

Örnek

Bir otomobil 90 km/sa sabit hızla giderken her 100 km de 5 litre benzin tüketmektedir. Bu otomobil 90 km/sa hızı geçtikten sonra hızın her 10 km/sa lik artışında otomobilin yakıt tüketimi 90 km/sa lik duruma göre %10 artmaktadır.

Sürücü 400 km lik bir yolun 200 km sini 90 km/sa,100 km sini 100 km/sa, kalan 100 km sini de 110 km/sa hızla gitmiştir.

a) Otomobilin harcadığı benzinin kaç litre olduğunu bulunuz.

b) Sürücü, yolun tamamını 90 km/sa sabit hızla gitmiş olsaydı tasarruf edeceği benzin miktarını bulunuz.

c) Sürücü, yolun tamamını 110 km/sa sabit hızla gitmiş olsaydı fazladan kaç litre benzin tüketeceğini bulunuz.

Çözüm

Hız 90 km/sa iken her 100 km de benzin tüketimi 5 litre dir.

Hız 100 km/sa iken benzin tüketimi %10 artacağından her 100 km de benzin tüketimi,

$5+5\cdot\frac{10}{100}=5+\frac{1}{2}=\frac{11}{2}=5,5$ litre olacaktır.

Hız 110 km/sa iken iki kez %10 artacağından her 100 km de benzin tüketimi,

$5+5\cdot\frac{10}{100}+5\cdot\frac{10}{100}=5+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=5+1=6$ litre olacaktır.

a) Sürücü, 200 km lik yolu 90 km/sa hızla gitmiş ve bu 200 km lik yolda $2\cdot5=10$ litre benzin tüketmiştir.

Sürücü 100 km lik yolu 100 km/sa hızla gitmiş ve bu 100 km lik yolda $1\cdot5,5=5,5$ litre benzin tüketmiştir.

Sürücü, kalan 100 km lik yolu 110 km/sa hızla gitmiş ve bu 100 km lik yolda $1\cdot6=6$ litre benzin tüketmiştir.

Sürücü, 400 km lik yolun tamamında 10 litre + 5,5 litre + 6 litre = 21,5 litre benzin tüketmiştir.

b) Sürücü, 400 km lik yolun tamamında 90 km/sa hızla gitmiş olsaydı 400 km lik yolda $4\cdot5=20$ litre benzin tüketecektir. Dolayısıyla 400 km lik yolda 21,5 – 20 = 1,5 litre benzin tasarruf etmiş olacaktır.

c) Sürücü 400 km lik yolun tamamını 110 km/sa hızla gitmiş olsaydı aracı %20 fazla yakıt harcamış olacaktır.

100 km için $5+5\cdot\frac{20}{100}=5+1=6$ litre

400 km için $4\cdot 6=24$ litre

$24-21,5=2,5$ litre fazla yakıt tüketir.

Örnek

Bir telekomünikasyon şirketi müşterilerine iki seçenek sunmaktadır.

İlk seçenekte aylık 20 TL sabit ücret, daha sonra konuşulan her dakika için 9 kuruş faturaya yansımaktadır.
İkinci seçenekte ise her bir dakika için 15 kuruş faturaya yansımakta ve sabit ücret bulunmamaktadır. Buna göre

a) Ayda 500 dakika konuşacağını düşünen birisinin hangi seçeneği tercih etmesinin daha uygun olacağını bulunuz.
b) Ayda 300 dakika konuşacağını düşünen birisinin hangi seçeneği tercih etmesinin daha uygun olacağını bulunuz.

Çözüm

a) Ayda 500 dakika konuşan biri ilk seçenekte konuşma ücreti olarak $9\cdot 500=4500$ kuruş öder. Müşteri, 45 TL konuşma bedeli için 20 TL de sabit ücret olarak toplamda 65 TL öder.

İkinci seçenekte ise $15\cdot 500=7500$ kuruş öder. Müşteri 75 TL ödeyeceğinden ilk seçeneği tercih etmesi daha uygundur.

b) Ayda 300 dakika konuşan biri ilk seçenekte $300\cdot 9=2700$ kuruş öder. Müşteri, 27 TL konuşma bedeli 20 TL de sabit ücret olarak toplamda 47 TL öder.

İkinci seçenekte ise $15\cdot 300=4500$ kuruş öder. Müşteri 45 TL ödeyeceğinden ikinci seçeneği tercih etmesi daha uygundur.

Sıra Sizde

Bir telekomünikasyon şirketi müşterilerine iki çeşit tarife sunmaktadır.

1. tarife: İlk kullanılan 200 dakikanın her bir dakikası için 8 kuruş, sonraki 200 dakikanın her bir dakikası için 6 kuruş, daha sonraki 200 dakikanın her bir dakikası için 4 kuruş ücret istenmektedir.

2. tarife: Dakikası 7 kuruş olup kullanılan miktarın $\frac{1}{4}$ ü kadar hediye dakika verilmektedir.

Buna göre ayda 500 dakika kullanan birisinin hangi tarifeyi tercih etmesinin daha kârlı olacağını bulunuz.

Tanım

Tutumluluk
Tutumluluk, aşırı harcamalardan kaçınarak tasarruflu hareket etme diğer bir deyişle savurgan olmama demektir. Kazancının tamamını harcamayarak bir kısmını biriktiren, eşyasını iyi kullanan, vaktini değerlendiren ve sağlığını koruyan insanlara **tutumlu insan** denir.

Örnek

Ali Bey'in aylık maaşı 3500 TL, eşi Naz Hanım'ın aylık maaşı ise 4000 TL dir. Çiftin aylık giderleri tablodaki gibidir.

Tablo 1.7: Aylık Giderler

Aylık Giderler	Miktarlar
Ulaşım	600 TL
Yiyecek-içecek	800 TL
Diğer giderler	1000 TL

Çiftin maaşları dışında başka bir gelirleri olmayıp şu an itibarı ile 70 000 TL birikimleri vardır. Bu çift 380 000 TL değerindeki bir evi borçlanmadan almak istemektedirler. Evin fiyatının geçen zamanla artmadığı varsayılırsa çiftin bu evi satın alabilmesi için en az kaç ay para biriktirmeleri gerektiğini bulunuz.

Çözüm

Toplam gelir: 3500 TL + 4000 TL = 7500 TL dir.

Toplam gider: 600 TL + 800 TL + 1000 TL = 2400 TL dir.

Aylık birikimleri (tasarrufları): 7500 TL – 2400 TL = 5100 TL dir.

Ev için yapmaları gereken birikim: 380 000 TL – 70 000 TL = 310 000 TL dir.

Ev almak için yapmaları gereken birikimin süresi: $\frac{310\ 000}{5100} > 60$ ay

Çiftin bu evi alabilmeleri için en az 61 ay para biriktirmeleri gerekir.

Sıra Sizde

Aşağıda tutumlu insanın bazı özellikleri sıralanmıştır. Sizce tutumlu insanda olması gereken diğer özellikler nelerdir? Genel Ağ'dan araştırarak tabloya ekleyiniz. Araştırma sonucunu etkileşimli tahtayı kullanarak arkadaşlarınızla paylaşınız.

1	Eline geçenleri değerlendirmeyi bilir.
2	Zamanını verimli kullanır.
3	Gereksiz harcamalardan kaçınır.
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	

ALIŞTIRMALAR

1. Bir evin su faturası 120 TL gelmiştir. Gecikme bedeli aylık %1 **olduğuna göre faturasını 20 gün geç ödeyen ev sahibinin kaç TL gecikme bedeli ödeyeceğini bulunuz.**

2. **%10 kârla 440 liraya satılan bir malın, %30 kârlı satış fiyatını bulunuz.**

3. Bir ürünün satış fiyatı %20 kârla hesaplanmaktadır. **Bu ürüne satış fiyatı üzerinden %20 indirim yapıldığında yüzde kaç zarar edildiğini bulunuz.**

4. Bir aile peşin fiyatı 10 000 TL olan bir mobilyayı % 20 vade farkıyla 10 taksitle satın almıştır. **Buna göre aylık taksit tutarını bulunuz.**

5. Enflasyonun %20 olduğu bir ülkede işçi maaşlarına yıllık %8 zam yapılmaktadır. **Buna göre işçinin alım gücünün yıl sonunda yüzde kaç azaldığını bulunuz.**

6.

Döviz Cinsi	Döviz Satış
A	4,5 TL
B	3,6 TL

Yukarıdaki tabloya göre 9000 A para biriminin kaç B para birimi olduğunu bulunuz.

7. Bir araç 80 km/sa sabit hızla giderse 100 km de 8 litre benzin tüketmektedir. **Buna göre 24 litre benzin ile 80 km/sa sabit hızla gittiğinde kaç km yol aldığını bulunuz.**

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 1.A.

A) Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere uygun ifadeleri yazınız.

1. Sıfır hariç tüm sayıların sıfırıncı kuvveti ………. eşittir.

2. Köklü ifadelerde kök derecesi çift olduğunda kök içi ………………. olamaz.

3. Üslü sayılarda çarpma işleminde tabanlar aynı ise üsler ……………….

B) Aşağıda numaralar ile verilen ifadelerin eşitini harf ile verilen ifadelerle eşleştiriniz.

4.

1	$\sqrt[3]{5\sqrt{5}}$
2	$\sqrt[3]{3+\sqrt[3]{125}}$
3	$2\sqrt{5}-\sqrt{125}+\sqrt{5}$
4	$\sqrt{8-\sqrt{28}}$
5	$\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[4]{2}$
6	2^8 sayısının yarısı
7	$(-2^3)^{-2}$

a	$-2\sqrt{5}$
b	4
c	2
ç	2^7
d	$2^{\frac{7}{12}}$
e	$\sqrt{5}$
f	$\sqrt{7}-1$
g	$\frac{1}{64}$

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

C) Aşağıdaki açık uçlu soruların cevabını ilgili alana yazınız.

5. $8^4 \cdot 25^5$ **işleminin sonucunun kaç basamaklı olduğunu bulunuz.**

6. $(x-4)^6 + (x+y-5)^4 = 0$ **denklemini sağlayan x ve y değerlerini bulunuz.**

7. $2^x = a$ ve $3^x = b$ **olduğuna göre** 72^x **ifadesinin a ve b cinsinden değerini bulunuz.**

8. $\sqrt{x-3}+\sqrt{7-x}$ toplamının değeri reel sayılar kümesinde bulunabildiğine göre **x değerinin hangi aralıkta olduğunu bulunuz.**

9. $7-4\sqrt{3}$ **ifadesinin hangi sayıyla çarpıldığında 1 olduğunu bulunuz.**

10. $(x-3)^{x+2}=1$ **denklemini sağlayan x değerlerinin toplamını bulunuz.**

Ç) Aşağıdaki çoktan seçmeli soruları okuyunuz ve soruların doğru seçeneği işaretleyiniz.

11. $\dfrac{2^{-2}+3^{-1}}{2^{-1}-5^{-1}}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) $\dfrac{1}{18}$ B) $\dfrac{7}{3}$ C) $-\dfrac{7}{3}$ D) $\dfrac{7}{18}$ E) $\dfrac{35}{18}$

12. $64^{x-1}=32^{x+1}$ ise **x değeri kaçtır?**

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

13. 27^{x+5} sayısı 3^{3x+1} **sayısının kaç katıdır?**

A) 3^5 B) 3^7 C) 3^9 D) 3^{12} E) 3^{14}

14. $\sqrt[4]{12+\sqrt{14+\sqrt[3]{4+\sqrt[3]{64}}}}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) 4

15. $3^{x+3}=243$ **olduğuna göre** 5^{x+1} **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 625 B) 225 C) 125 D) 25 E) 5

16. $(2a+1)^8=(4-a)^8$ **olduğuna göre a nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?**

A) -5 B) $\frac{-5}{2}$ C) -1 D) $\frac{5}{2}$ E) 5

17. $4^{x+1}=8^6$ ve $9^{y-1}=\left(\frac{1}{27}\right)^4$ **olduğuna göre** $x\cdot y$ **kaçtır?**

A) -40 B) -20 C) -10 D) 20 E) 40

18. $\dfrac{\sqrt{\sqrt[3]{2}}}{\sqrt[4]{\sqrt{\sqrt[3]{2}}}}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $2\sqrt[3]{2}$ B) $\sqrt[8]{2}$ C) $\sqrt[4]{2}$ D) $\sqrt[6]{2}$ E) $2\sqrt[8]{2}$

19. x ve y tam sayılardır.

$\frac{3^{x+y+2}}{2^{2x+y-5}}=1$ eşitliğini sağlayan **x ve y değerleri için** $3x+2y$ **toplamının sonucu kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

20. $2^{x+3}-2^{x+1}+2^{x+2}=160$ ise **x değerini bulunuz.**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 1.B.

A) Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere uygun ifadeleri yazınız.

1. Bir ekonomideki mal ve hizmetlerin fiyatlarında gözlenen sürekli ve genel kapsamlı artışı ifade eden terime ………………… denir.
2. Bir işin yapılması veya bir borcun ödenmesi için tanınan süreye ……….. denir.
3. Birikimlerin gelir sağlamak amacıyla kalıcı biçimde kullanılmasına ………. denir.

B) Aşağıda numaralar ile verilen ifadeleri, harf ile verilen ifadelerle eşleştiriniz.

4.

1	300 sayısının %30 u kaçtır?
2	200 sayısının %20 fazlası kaçtır?
3	150 sayısının %10 eksiği kaçtır?
4	120 sayısının %10 eksiğinin %50 fazlası kaçtır?

a	70
b	250
c	90
ç	240
d	162
e	135

1	
2	
3	
4	

C) Aşağıdaki açık uçlu soruların cevabını ilgili alana yazınız.

5. A ülkesinin para birimi A, B ülkesinin para birimi B, A/B paritesi 1,43 ve 1 A = 4,60 TL olduğuna göre

a) 2500 A'nin kaç B olduğunu bulunuz.

b) 2860 B'nin kaç A olduğunu bulunuz.

c) 23 000 TL nin kaç A olduğunu bulunuz.

6. Bir GSM operatörü, ödenmeyen faturalardan ceza olarak günlük binde 2 gecikme bedeli almaktadır. **Buna göre faturası 120 TL olan bir kişi faturasını son ödeme tarihinden itibaren 20 gün geç ödediğine göre toplam fatura tutarını bulunuz.**

7. Bir telekomünikasyon şirketi, müşterilerine iki çeşit tarife sunmaktadır.
1. tarife: İlk kullanılan 300 dakikanın her bir dakikası için 10 kuruş, sonraki 300 dakikanın her bir dakikası için 8 kuruş, daha sonraki 300 dakikanın her bir dakikası için 4 kuruş ücret istenmektedir.

2. tarife: Dakikası 9 kuruş olup kullanılan miktarın $\frac{1}{3}$ ü kadar hediye dakika verilmektedir.

Buna göre ayda 800 dakika kullanan birisinin hangi tarifeyi tercih etmesi gerektiğini bulunuz.

8.

Yakıt Türü	Litre Fiyatı (TL)	100 km de Ortalama Yakıt Tüketimi (litre)
LPG	3,40 TL	12,0
Benzin	5,30 TL	8,0

Yukarıdaki tabloda LPG li ve benzinli iki otomobilin 100 km de harcadığı yakıt miktarları litre olarak verilmiştir. **1000 km lik bir mesafe hangi otomobil ile gidilirse daha ucuza yolculuk yapılacağını bulunuz.**

9.

Marka	KDV(%)	ÖTV(%)
A	20	30
B	10	40
C	15	20

Yukarıda A, B ve C marka araçlara ait KDV ve ÖTV oranları verilmiştir.
Araçlar satılırken aracın fabrika çıkış fiyatının üzerine önce ÖTV eklenmekte, daha sonra ÖTV dâhil fiyat üzerine KDV eklenerek aracın satış fiyatı bulunmaktadır.

a) A, B ve C marka araçların fabrika çıkış fiyatları birbirine eşit olduğuna göre vergiler dâhil edildikten sonra en pahalı marka aracın hangisi olduğunu bulunuz.

b) A marka aracın fabrika çıkış fiyatı 50 000 TL, B marka aracın fabrika çıkış fiyatı 55 000 TL ise hangi marka aracın satış fiyatının daha fazla olduğunu bulunuz.

c) B marka aracın fabrika çıkış fiyatı 30 000 TL, C marka aracın fabrika çıkış fiyatı 45 000 TL ise iki aracın satış fiyatı arasındaki farkın kaç TL olduğunu bulunuz.

ç) B marka aracın satış fiyatı 53 900 TL olduğuna göre fabrika çıkış fiyatının kaç TL olduğunu bulunuz.

Ç) Aşağıdaki çoktan seçmeli soruları okuyunuz ve soruların doğru seçeneği işaretleyiniz.

10. Çocuklarını okula servisle göndermek zorunda olan bir veli, 2 çocuk için aylık 350 TL servis ücreti vermektedir. Ev kirası olarak da 800 TL ödemektedir. Okul bölgesine yakın ancak iş yerine uzak bir evin kirası 1000 TL dir. Yeni evi kiralarsa aylık 100 TL kendisine ait yol masrafı çıkmaktadır. **Bu ev değişikliğini yapması durumunda bu veli bir yılda kaç TL tasarruf eder? (Okulların 12 ay olduğunu düşününüz.)**

A) 500 B) 550 C) 600 D) 650 E) 700

11. Bir kırtasiyede kalemler 3 farklı pakette satılmaktadır.

I. Birinci pakette 12 adet kalem 8 TL,
II. İkinci pakette 10 adet kalem 6 TL,
III. Üçüncü pakette 6 adet kalem 5 TL dir.

Buna göre 1 adet kalem aşağıdaki seçeneklerden hangisinde en ucuzdan en pahalıya doğru sıralanmıştır?

A) II-I-III B) I-II-III C) II-II-I D) III-II-I E) III-I-II

D) Aşağıdaki soruları verilen görsele ve metne göre cevaplayınız.

İhtiyaç sahipleri için iftar yemeği verilen bir Ramazan çadırında aşağıdaki verilen tablodaki tarifeye göre elma kompostosu yapılacaktır.

ELMA KOMPOSTOSU TARİFESİ 100 PORSİYON
Tarife Adı: Elma Kompostosu **Porsiyon Ölçüsü:** 220 gr **Porsiyon Ölçü Aracı:** 1 orta boy kepçe (4 parça elma)

İçindekiler	Brüt (gr)	Net (gr)	Ortalama Ölçü
Elma	10 000	6500	100 adet
Şeker	4000	4000	4 ölçü kabı
Su	20 000	20 000	20 ölçü kabı

(Aşağıdaki 12, 13 ve 14. soruları yukarıdaki tabloda verilen bilgilere göre cevaplayınız.)

12. 400 porsiyon elma kompostosu yapmak için net kaç kg elma kullanmak gerekir?

A) 20 B) 26 C) 30 D) 40 E) 65

13. 100 kg su kullanılarak yapılan komposto kaç porsiyondur?

A) 100 B) 200 C) 300 D) 400 E) 500

14. Şekerden ve sudan toplam 1200 ölçek kabı kullanılarak yapılan elma kompostosunda kaç kg şeker kullanılmıştır?

A) 500 B) 400 C) 300 D) 200 E) 100

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 1.C.

A) Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere uygun ifadeleri yazınız.

1. Sıfır ile bir arasındaki sayıların üsleri büyüdükçe sayıların değerleri...............

2. Üsleri tek ve değerleri birbirine eşit olan üslü ifadelerin .... birbirine eşittir.

3. Bir ülkenin parası esas alınarak diğer ülke parasının bu esas alınan ülke parası karşısında hesaplanan değerine .... denir.

B) Aşağıda numaralar ile verilen ifadeleri, harf ile verilen ifadelerle eşleştiriniz.

4. Aşağıdaki tabloda döviz kurlarının TL cinsinden değeri verilmiştir.

Para Birimi	TL Karşılığı
1 A	4,2121
1 B	3,8562
1 C	4,9552
1 D	2,6572

Tabloda bulunan para birimlerinin aşağıdaki paritelerinin yaklaşık değerlerini hesaplayıp (yüzde birler basamağına yuvarlayıp) diğer tablo ile uygun eşleştirmesini yapınız.

1	A/B paritesinin yaklaşık değeri nedir?
2	D/A paritesinin yaklaşık değeri nedir?
3	C/D paritesinin yaklaşık değeri nedir?
4	A/C paritesinin yaklaşık değeri nedir?
5	B/D paritesinin yaklaşık değeri nedir?

a	0,63
b	0,85
c	1,09
ç	1,45
d	1,86
e	0,91

1	
2	
3	
4	
5	

C) Aşağıdaki açık uçlu soruların cevabını ilgili alana yazınız.

5. Otomobilini yenilemek isteyen Efza Hanım arkadaşına ait oto galerisinden yeni bir otomobil beğenmiştir. Bu kişinin eski otomobili 35 000 TL, beğendiği otomobil ise 50 000 TL değerindedir. 5000 TL nakit parası olan **Efza Hanım, kalan miktarı da % 10 vade farkıyla 5 taksitte ödeyecekse aylık ödemesi gereken taksit tutarını bulunuz.**

6. Bir mont %40 kârla satılmaktadır. **Satış fiyatı üzerinden %10 indirim uygulanarak 252 TL ye satılan bu montun maliyet fiyatını bulunuz.**

7. $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x+10} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-5}$ eşitsizliğini sağlayan **x in en büyük tam sayı değerini bulunuz.**

8. $\dfrac{27^5+27^5+27^5+27^5}{9^5+9^5+9^5+9^5}=3^m$ **olduğuna göre m değerini bulunuz.**

9. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2x+1}}=\sqrt[12]{13}$ **olduğuna göre x değerini bulunuz.**

Ç) Aşağıdaki çoktan seçmeli soruları okuyunuz ve soruların doğru seçeneği işaretleyiniz.

10. Su satan üç markette fiyatlar aşağıdaki gibidir.

I. Birinci markette 1 litrelik 6 adet suyun bulunduğu bir koli 10 TL,

II. İkinci markette 2 litrelik 5 adet suyun bulunduğu bir koli 15 TL,

III. Üçüncü markette 3 litrelik 4 adet suyun bulunduğu bir koli 16 TL dir.

Üç marketten birer koli su satın alındığında 1 litre suyun en ucuzdan en pahalıya doğru sıralanışı nasıldır?

A) II-III-I B) I-II-III C) I-III-II D) III-I-II E) III-II-I

11. Bir site, sakinlerinden her ay 200 TL aidat toplamaktadır. Site yönetimi geç ödenen aidatlar için günlük binde 3 gecikme bedeli almaktadır. **Aidatı 30 gün sonra ödeyen bir kişi kaç TL gecikme bedeli öder?**

A) 10 B) 12 C) 18 D) 20 E) 22

12. Yıllık enflasyon oranı %25 olan bir ülkede bir çalışanın maaşına %20 zam yapılmıştır. **Buna göre bu çalışanın alım gücü yüzde kaç azalmıştır?**

A) %2 B) %3 C) %4 D) %5 E) %6

13. $\dfrac{2^{x+2}+3.2^{x}}{2^{x+1}+2^{x+3}}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) $\dfrac{1}{10}$ B) $\dfrac{4}{10}$ C) $\dfrac{7}{10}$ D) $\dfrac{9}{10}$ E) $\dfrac{11}{10}$

14. $16^{x}=27^{5}$

$81^{y}=64$

olduğuna göre x·y çarpımı kaçtır ?

A) $\dfrac{7}{2}$ B) $\dfrac{23}{4}$ C) $\dfrac{45}{8}$ D) $\dfrac{13}{8}$ E) $\dfrac{45}{4}$

15. $\dfrac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}-\dfrac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ **işleminin sonucu kaçtır ?**

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{6}$ C) $\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{6}$

16. Doğal gaz dağıtım şirketi, abonelerinden ödenmeyen faturalar için ilk ay %5, takip eden aylarda anapara üzerinden %3 gecikme bedeli almaktadır. 5 ay sonunda ödeme yapılmamışsa doğal gazı kesip 25 TL açma kapama bedeli almaktadır. 60 TL doğal gaz faturası gelen bir abonenin gazı, 5 ay sonunda faturasını ödemediği için kesilmiştir. **Abonenin gazı açtırmak için kaç TL ödemesi gerekir?**

A) 85,5 B) 88,6 C) 91,5 D) 95,2 E) 96,2

17. x ve y birer tam sayıdır.

$x^y = 1$ olduğuna göre

I. $x > 0$ ise $y = 0$ dır.

II. $x < 0$ olabilir.

III. $x = -1$ ise y çift sayıdır.

IV. $y < 0$ ise $x > 0$ dır.

İfadelerinden hangileri <u>kesinlikle</u> doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III D) II ve IV E) II, III ve IV

18. $\sqrt{a + \sqrt{a-3}} = 2$ **ifadesine göre** $\mathbf{a + \frac{19}{a}}$ **değeri kaçtır?**

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

19. $\sqrt{6-\sqrt{20}} - \sqrt{6+\sqrt{20}}$ ifadesinin çözümünü yapan bir öğrencinin işlemleri, aşağıda adım adım verilmiştir.

I. adım: $\sqrt{6-\sqrt{20}} - \sqrt{6+\sqrt{20}} = A$ olsun.

II. adım: Her iki tarafın karesi alınırsa

$$6-\sqrt{20}+6+\sqrt{20}-2\cdot\sqrt{\left(6-\sqrt{20}\right)\cdot\left(6+\sqrt{20}\right)} = A^2$$

III. adım: $12 - 2\sqrt{36-20} = A^2$

IV. adım: $4 = A^2$

V. adım: $A = \sqrt{4} = 2$ olur.

Buna göre ifadenin çözümünde kaçıncı adımda hata yapılmıştır?

A) I. B) II. C) III. D) IV. E) V.

20. Devlet, yastık altındaki altınları ekonomiye kazandırmak istemektedir. Bu nedenle halka devlet destekli, altına dayalı kira sertifikası adı altında bir yatırım ürünü sunmuştur. Bu sertifika 6 ay sonunda yatırılan altın miktarının %1,2 si kadar kira geliri getirmektedir. Sertifikanın alındığı gün 1 gr altın 143 TL dir. 6. ayın sonunda ise 145 TL olmuştur. **200 gr altını bulunan kira sertifikasına sahip bir yatırımcı 6. ayın sonunda toplamda kaç TL kâr etmiştir?**

A) 640 B) 715 C) 720 D) 748 E) 748

D) Aşağıdaki soruları verilen görsele ve metne göre cevaplayınız.

21, 22 ve 23. soruları aşağıda verilen bilgilere göre cevaplayınız.

Bir banka kredi kartı borcu ödemelerinde asgari ödeme tutarını dönem borcunun %40'ı olarak belirlemiştir. Bu banka

- Dönem borcunun asgari ödeme tutarı kadar veya bu tutarın üstünde ödeme yapıldığında kalan borca %3,
- Dönem borcunun asgari ödeme tutarının altında ödeme yapıldığında hem kalan borca % 3 hem de asgari ödeme tutarının ödenmeyen kısmına % 5 gecikme cezası uygulamaktadır.

21. Kredi kartı dönem borcu 2500 TL olan bir kişinin 1000 TL ödeme yapması durumunda ödeyeceği gecikme bedelinin kaç lira olduğunu bulunuz.

22. Kredi kartı dönem borcu 3000 TL olan bir kişinin 700 TL ödeme yapması durumunda ödeyeceği gecikme bedelinin kaç lira olduğunu bulunuz.

23. 2000 TL kredi kartı borcu olup 500 TL ödeme yapan bir kişi bir sonraki ay 3500 TL tutarında harcama yaparsa ödemesi gereken asgari tutarı bulunuz.

24 ve 25. soruları aşağıda verilen bilgilere göre cevaplayınız.

Bir x pozitif tam sayısının karekökü yaklaşık olarak aşağıdaki yöntemle bulunabilmektedir.

- x sayısından küçük veya eşit en büyük tam kare sayı a olsun.
- x sayısından büyük en küçük tam kare sayı b olsun.
- x sayısının karekökü yaklaşık olarak $\sqrt{x} \approx \sqrt{a} + \frac{x-a}{b-a}$ formülüyle hesaplanır.

Örnek: 27 sayısının karekökünü yaklaşık olarak bulalım. 27 den küçük en büyük tam kare sayı 25, 27 den büyük en küçük tam kare sayı 36 olduğundan $a = 25$, $b = 36$ dır.

$\sqrt{27} \approx \sqrt{25} + \frac{27-25}{36-25} = 5 + \frac{2}{11} = \frac{57}{11}$ olarak bulunmaktadır.

24. Bu yöntemle $\sqrt{48}$ sayısının yaklaşık değerini bulunuz.

25. Bu yöntemle bir x sayısının karekökü yaklaşık olarak $\frac{80}{13}$ olarak bulunduğuna göre x sayısını bulunuz.

26, 27, 28 ve 29. soruları aşağıda verilen bilgilere göre cevaplayınız.

Bir inşaat firması cephesine ve katına göre değişmek kaydıyla dairelerin baz satış fiyatını peşin 420 000 TL olarak belirlemiştir. Dairelerin cephesine ve katına göre fiyat artışını gösteren tablolar aşağıda verilmiştir. Daire fiyatları, cephe ve kat farklarının toplanıp baz fiyata eklemesiyle hesaplanmaktadır.

	1. kat	2. kat	3. kat	4. kat	5. kat
Fiyat Farkı (%)	0	%10	%10	%10	0

	Kuzey Cephe	Güney Cephe
Fiyat Farkı (%)	0	%5

Ayrıca inşaat firması bir kampanya yaparak müşterilerine 3 farklı ödeme seçeneğini aşağıdaki tabloda vermiştir.

	Peşinat	60 ay taksit vade farkı	120 ay taksit vade farkı
1. ödeme planı	%50	%10	%25
2. ödeme planı	%40	%15	%30
3. ödeme planı	%25	%20	%35

26. 4.kat güney cepheden peşin fiyata ev almak isteyen bir müşterinin ödeyeceği tutarı bulunuz.

27. 3. kat kuzey cepheden 1. ödeme planında 120 ay taksitle ev almak isteyen bir müşterinin ödemesi gereken aylık taksit tutarını bulunuz.

28. 2. kat güney cephedeki evin 2. ödeme planındaki farklı taksit seçeneklerine göre satılması durumunda oluşacak fiyat farkını bulunuz.

29. 3. kat güney cephe evlerden birini almak için Kemal Bey 1. ödeme planında 60 ay taksitli seçeneği, Semra Hanım ise 3. ödeme planında 120 ay taksitli seçeneği tercih ettiğine göre Kemal Bey'le Semra Hanım'ın ödemeleri gereken aylık taksit tutarları arasındaki farkı bulunuz.

VERİ

2

2.1. VERİ ANALİZİ



2.1 VERİ ANALİZİ



NELER ÖĞRENECEKSİNİZ?

- Veri toplama, düzenleme, temsil etme ve yorumlama aşamalarını,
- Bir veri grubunu temsil edecek en uygun grafik çeşidini belirlemeyi ve farklı grafik çeşitlerinin kullanımıyla ilgili uygulamalar yapmayı.

TERİM VE KAVRAMLAR

- Veri
- Grafik
- Çizgi Grafiği
- Sütun Grafiği
- Daire Grafiği
- İstatistik

SEMBOL VE GÖSTERİMLER

- Derece (°)
- %
- cm
- m

Hazırlık Çalışması



Çevre bilinci konusundaki ilgi ve tutumlar hakkında yapacağınız bir araştırma için

a) Araştırma yapacağınız çevreyi hangi özelliklerine göre seçersiniz?
b) Seçtiğiniz çevre üzerinden verileri nasıl toplarsınız?
c) Topladığınız verileri nasıl yorumlarsınız ve düzenlersiniz?
ç) Ulaştığınız sonuçları en etkili ve anlaşılır şekilde nasıl sunarsınız?

Tanım

Ölçüm, sayım, deney, gözlem veya araştırma yoluyla elde edilen bilgilere **veri** denir. Veriler ikiye ayrılır:

1. Sürekli (Kesiksiz) Veri: Tanımlı olduğu aralıkta tüm değerleri (sonsuz sayıda) alabilen verilerdir. Boy uzunluğu, kilo, kütle, basınç, tutum vb.

2. Kesikli (Süreksiz) Veri: Tanımlı olduğu aralıkta sadece tam sayı değerleri alabilen verilerdir. Öğrenci sayısı, hane halkı sayısı, eğitim düzeyi, doğum yeri, göz rengi vb.

Belirli bir amaca yönelik veri toplama, verileri tablo ve grafiklerle ifade etme, verilerden sonuçlar çıkarma ve genelleme, çeşitli konularda geleceğe ilişkin tahmin yapma ve gözlem ilkelerini kapsayan bilime **istatistik** denir.

Örneklem: Bir araştırmada bütünü anlamak için bütünden seçilen araştırma tekniklerinin uygulanacağı gruba denir.

Veri Toplama Yöntemleri

1. Anket

Anket, sistematik bir veri toplama yöntemidir. Veriler, önceden belirlenmiş soruların insanlara sorulmasıyla elde edilir.

2. Gözlem Yöntemi

Araştırılacak unsurların doğal ortamındaki yapılarının incelenmesi sonucu veri elde etme yöntemidir. Gözlemin araştırmanın amacına hizmet edecek şekilde ve sonuçlarının değerlendirebilecek nitelikte yapılması gerekir.

3. Mülakat

Bilgi alınacak kişilerle karşılıklı konuşma yoluyla veri toplama yöntemidir. Daha çok sosyal bilimlerde kullanılır.

4. Deney Yöntemi

Bir araştırma konusuna ilişkin veri elde etmek amacıyla araştırmacının kontrolünde neden-sonuç ilişkilerini belirlemeye dönük toplanmak istenen verilerin üretilmesi çalışmalarıdır.

5. Tarama Yöntemi

Araştırmacının konusu ile ilgili mevcut kaynakların incelenmesi yoluyla veri elde etme yöntemidir.

6. Daha Önceden Toplanmış Kayıtlı Verilerden Yararlanma

Daha önceden toplanmış kayıtlı verilerin araştırmacılar tarafından kullanılmasıdır. Ülkemizde düzenli bir şekilde veri toplayan ve bu verileri araştırmacıların kullanımına sunan kurum Türkiye İstatistik Kurumudur. (TÜİK)

Örnek

I. Yaş
II. Ağırlık
III. Akademik başarı
IV. Nüfus sayısı

Yukarıdaki verilerden hangisi veya hangilerinin sürekli veri olduğunu bulunuz.

Çözüm

I, II ve III. öncüllerde verilen bilgiler miktar yönünden değişiklik gösterir. Hem tam sayı hem de ondalık sayılarla ifade edilebilir. Bu nedenle bunlar sürekli veridir.
IV. öncüldeki veri ise miktar yönünden değişiklik göstermez. Yani sadece kesin değerler alır.
Bu nedenle kesikli (süreksiz) veridir.

Tanım

İstatistiksel verilerin biçim, desen veya çizgilerle gösterilmesine **grafik** denir. Verilerin daha anlaşılır olması için elde edilen bilgilerin grafikle gösterilmesi gerekir. Kullanılan grafik çeşitlerinin başlıcaları şekil, çizgi, sütun ve daire grafiğidir.



Görsel 2.1: Grafik çeşitleri

Grafik Çeşitleri

1. Şekil veya Resim Grafiği

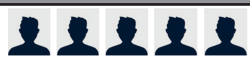
Verilerin şekil veya resimlerle gösterildiği grafiğe **şekil veya resim grafiği** denir. Şeklin veya resmin hangi sayıya karşılık geldiği grafiğin alt kısmında belirtilir.

Şekil grafikleri eğitimde, tarımda, ticarette, işletmecilikte ve mühendislikte ölçülen değerlerin ifadesinde kullanılır.

Örnek

Bir okulda bulunan 12. sınıflara ait şekil grafiği, aşağıdaki tabloda verilmiştir. Buna göre sınıf mevcutlarını ve 12. sınıftaki toplam öğrenci sayısını bulunuz.

Tablo 2.1: Sınıf Mevcutları

Sınıflar	Sınıf Mevcutları
12 A sınıfı	
12 B sınıfı	
12 C sınıfı	
	Her bir simge 4 öğrenciyi temsil etmektedir.

Çözüm

12 A sınıfı mevcudu = $5 \cdot 4 = 20$

12 B sınıfı mevcudu = $7 \cdot 4 = 28$

12 C sınıfı mevcudu = $4 \cdot 4 = 16$

Okuldaki 12. sınıf öğrencilerinin toplam mevcudu ise $20 + 28 + 16 = 64$ olur.

2. Daire Grafiği

Verilerin daire dilimleri ile gösterilmesine **daire grafiği** denir. Bir bütünün parçalarını karşılaştırmak için en uygun grafiktir. Her verinin bütün içerisindeki oranları merkez açı ölçüleri gösterilerek hazırlanır. Daire dilimiyle gösterilen verinin tüm veriler toplamına oranı, verinin gösterildiği daire diliminin merkez açısının 360° ye oranına eşit olmalıdır. Nüfus sayımlarında seçim sonuçlarının değerlendirilmesi vb. alanlarda daire grafiği kullanılır.

Örnek

Kaan, 500 metrekarelik bahçesinin 150 metrekaresine elma ağaçları, 200 metrekaresine kiraz ağaçları, 100 metrekaresine kayısı ağaçları, 50 metrekaresine de armut ağaçları dikmiştir. Kaan'ın bahçesindeki bu ağaçların dağılımını temsil eden daire grafiğini çiziniz.

Çözüm

Bahçedeki meyve ağaçlarının metrekare büyüklüklerini tabloya yazalım.

Ağacın Adı	Dikim Alanı (m^2)
Elma	150
Kiraz	200
Kayısı	100
Armut	50

Grafiği çizebilmek için daire diliminde hangi ağacın 360° de kaç derecelik alan kaplayacağının hesaplanması gerekir. 500 m^2 lik bahçenin 150 m^2 sine elma ağacı dikiliyor elma ağaçlarının kapladığı alanı gösteren merkez açı x olsun. Bu durumda

$$\frac{150}{500} = \frac{x}{360^0}$$

$$150 \cdot 360^0 = 500 \cdot x$$

$$x = 108^0 \text{ olur.}$$

500 m^2 lik bahçenin 200 m^2 sine kiraz ağacı dikiliyor kiraz ağaçlarının kapladığı alanı gösteren merkez açı x olsun. Bu durumda

$$\frac{200}{500} = \frac{x}{360^0}$$

$$200 \cdot 360^0 = 500 \cdot x$$

$$x = 144^0 \text{ olur.}$$

500 m^2 lik bahçenin 100 m^2 sine kayısı ağacı dikiliyor kayısı ağaçlarının kapladığı alanı gösteren merkez açı x olsun. Bu durumda

$$\frac{100}{500} = \frac{x}{360^0}$$

$$100 \cdot 360^0 = 500 \cdot x$$

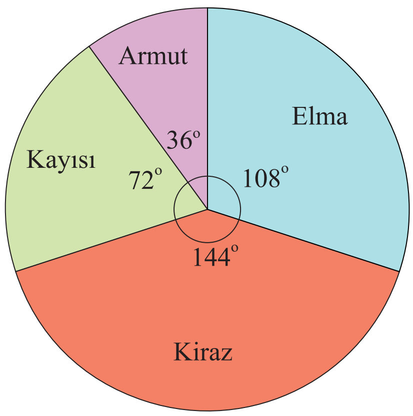
$$x = 72^0 \text{ olur.}$$

500 m^2 lik bahçenin 50 m^2 sine armut ağacı dikiliyor armut ağaçlarının kapladığı alanı gösteren merkez açı x olsun. Bu durumda

$$\frac{50}{500} = \frac{x}{360^0}$$

$$50 \cdot 360^0 = 500 \cdot x$$

$x = 36^{\circ}$ olur. Bu bilgilere göre yandaki grafik çizilebilir.



3. Çizgi Grafiği

Verilerin yatay ve dikey eksendeki değerleri işaretlenerek bulunan noktaların çizgilerle birleştirilmesi sonucunda elde edilen grafiğe **çizgi grafiği** denir. Verilerin zaman içinde nasıl bir değişim gösterdiğinin daha iyi anlaşılabilmesi için en çok kullanılan grafik türü çizgi grafiğidir.

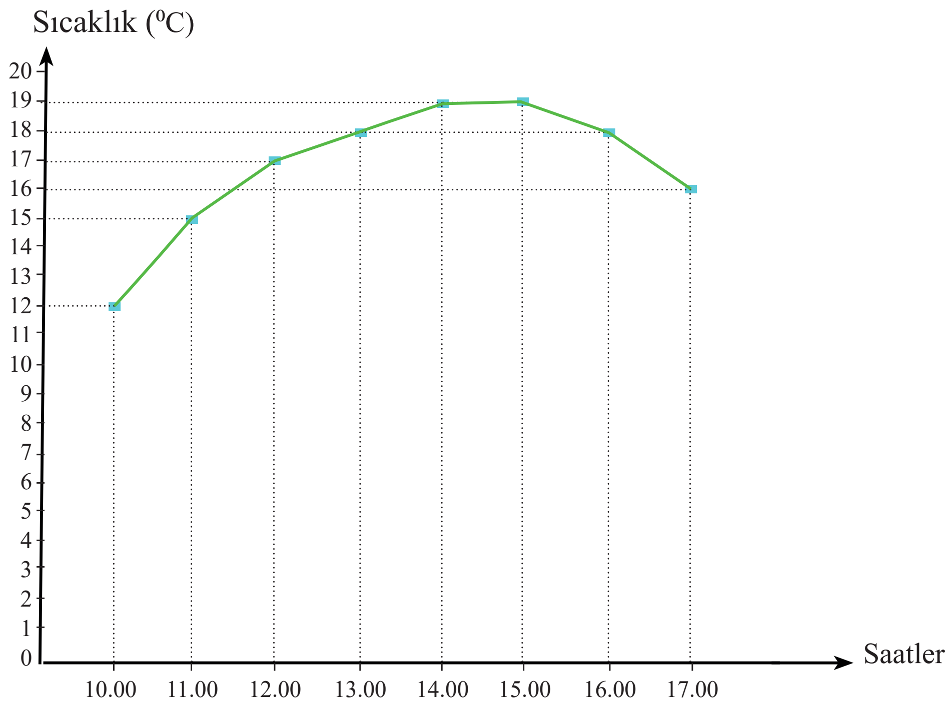
Çizgi grafiği meteorolojide, okullarda, mühendislikte, şirketlerde, işletmecilikte, fiziksel ve kimyasal olayların yorumlanmasında, para piyasalarında, borsadaki değerlerin ifadesinde vb. kullanılır.

Örnek

Berra, Fen Bilgisi öğretmeninin, "hava sıcaklığı değişimini gün içinde gözlemleme" konusunda vermiş olduğu ödev için belli saatlerde hava sıcaklıklarını ölçüp aşağıdaki tabloyu oluşturmuştur. Berra'nın ölçümleri sonucunda oluşturduğu tabloya göre bir çizgi grafiği oluşturunuz.

Saat	10.00	11.00	12.00	13.00	14.00	15.00	16.00	17.00
Sıcaklık	12^0	15^0	17^0	18^0	19^0	19^0	18^0	16^0

Çözüm



Grafikten de anlaşılacağı üzere sıcaklık değerleri, 10.00-14.00 saatleri arasında yükselmekte, 14.00-15.00 saatleri arasında sabit kalmakta ve 15.00-17.00 saatleri arasında ise düşmektedir.

4. Sütun Grafiği

Toplanan verilerin yatay eksen üzerinde sütunlarla gösterildiği grafiğe **sütun grafiği** denir. Çizgi grafiğinde olduğu gibi dikey ve yatay çizgiler çizilir ve eşit aralıklarla bölünür. Karşılaştırılacak değerler, bu aralıklar üzerinde işaretlenir. Aynı genişlikte sütunlar bu işaretlere kadar uzatılır.
Sütun grafiği, ürün hasılatlarının yıllara dağılımı, fabrikada üretilen ürünlerin üretim miktarları, bir kentte ya da ülkede yıllara göre yağış miktarları vb. konular için kullanılabilir.
İçerisinde sürekli veri bulunduran araştırmayı temsil edecek grafik türü çizgi grafiği, kesikli veri bulunduran araştırmayı temsil edecek grafik türü de sütun grafiğidir. Verilerin bütün içinde nasıl dağıldığı görülmek isteniyor ise daire grafiği kullanılır.

Örnek

Kızılayın gezici şubesine bir hafta boyunca kan veren kişi sayısı haftanın günlerine göre sırasıyla 8, 17, 13, 20, 9, 30 ve 25 tir. Bu verilerin tablosunu yaparak kan bağışı miktarının günlerle ilişkisini gösteren sütun grafiğini çiziniz.



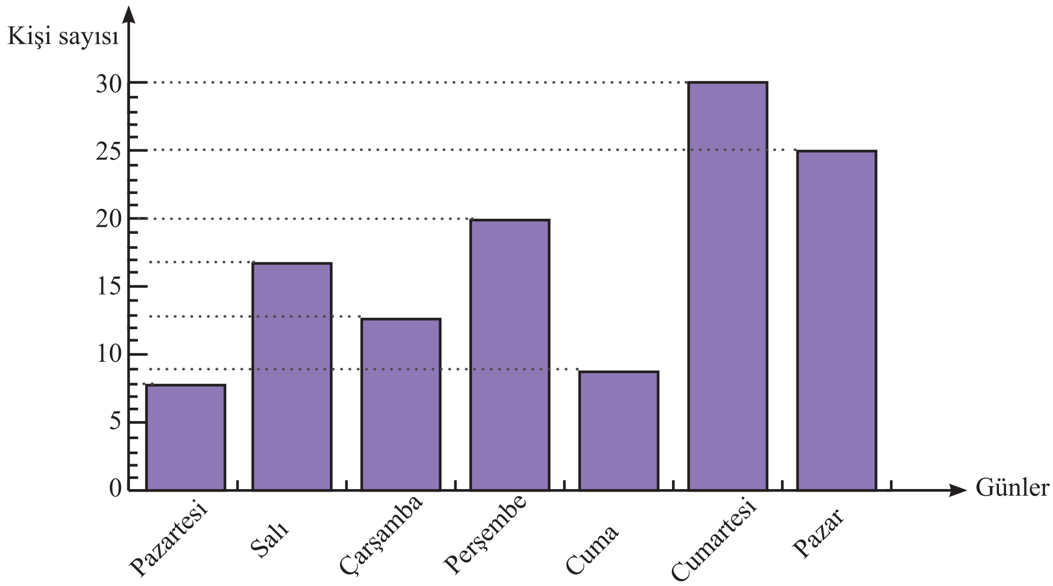
Görsel 2.2: Kızılay gezici şube

Çözüm

Günler	Kişi Sayısı
Pazartesi	8
Salı	17
Çarşamba	13
Perşembe	20
Cuma	9
Cumartesi	30
Pazar	25

Bir hafta boyunca kan veren kişi sayısının günlere göre dağılımı yandaki tablo ile gösterilir.

Yukarıdaki tabloda verilen bilgilere göre sütun grafiği aşağıdaki gibi çizilebilir.



Sıra Sizde

Toplumda en çok dinlenilen müzik türleri ile ilgili olarak 820 kişi üzerinde yapılan bir çalışmada katılımcılara "En çok hangi müzik türünü dinlersiniz?" sorusu yöneltilmiştir. Soruya verilen cevaplar incelenmiş ve aşağıdaki verilere ulaşılmıştır.

Müzik Türleri	Kişi Sayısı
Türk Halk Müziği	130
Türk Sanat Müziği	117
Türk Pop Müziği	143
Rock	110
Klasik Müzik	59
Blues	27
Caz	33
Rap	72
Hip-hop	68
Diğer	61

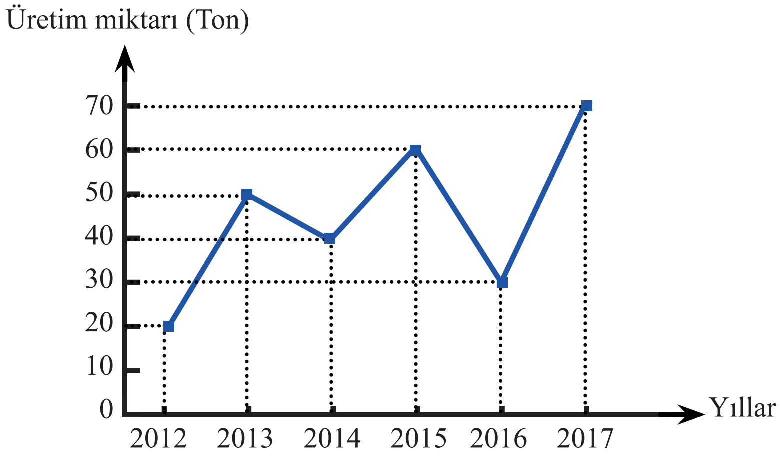
Yukarıdaki tabloda verilen verilere en uygun grafiği çiziniz. Yorumlarınızı sınıf ortamında arkadaşlarınızla paylaşınız.

Araştırma

Okulunuzdaki öğrencilerin kitap okuma alışkanlıkları hakkında aşağıdaki adımları takip ederek bir araştırma yapınız.

1. Okulunuzdaki öğrencilerin kitap okuma alışkanlıklarını tespit etmek için bir anket hazırlayınız. Bu ankette kaç tane araştırma sorusu yer alacağını çalışma grubunuzla belirleyiniz. Araştırma sorularınızı, önceden yapılmış benzer çalışmaları inceleyerek belirleyiniz.
2. Okulunuzdaki tüm öğrencilere ulaşmanız mümkün mü? Değilse örnekleminizi nasıl seçersiniz? Örnekleminiz kaç kişiden oluşur?
3. Araştırma için geliştirdiğiniz anketi uyguladıktan sonra topladığınız verileri bilgisayar ortamına aktarınız.
4. Topladığınız verileri analiz ettikten sonra tablo veya grafiklerle gösteriniz.
5. Tabloları veya grafikleri yorumlayınız. Yorumlarınızı sınıf ortamında arkadaşlarınıza sununuz.

Örnek



Yukarıdaki grafikte bir domates üreticisinin yıllara göre üretim miktarları verilmiştir. Buna göre

a) Üreticinin 2012-2017 yılları arasında toplam kaç ton domates ürettiğini bulunuz.

b) Domates üretiminin hangi yıllarda bir önceki yıla göre arttığını bulunuz.

c) 2014 yılındaki üretimin 6 yıllık üretimin yüzde kaçı olduğunu bulunuz.

Çözüm

a) Üretici 2012 yılında 20 ton, 2013 yılında 50 ton, 2014 yılında 40 ton, 2015 yılında 60 ton, 2016 yılında 30 ton ve 2017 yılında 70 ton domates üretmiştir.

Toplam üretim $= 20 + 50 + 40 + 60 + 30 + 70 = 270$ tondur.

b) Grafik incelenirse üretimin 2013, 2015 ve 2017 yıllarında bir önceki yıla göre artış gösterdiği görülür.

c) Üretici 2014 yılında 40 ton domates üretmiştir. Bir doğru orantı kurulacak olursa

270 tonluk üretimde ↘↗ 40 ton ise
100 de ↗↘ x tondur

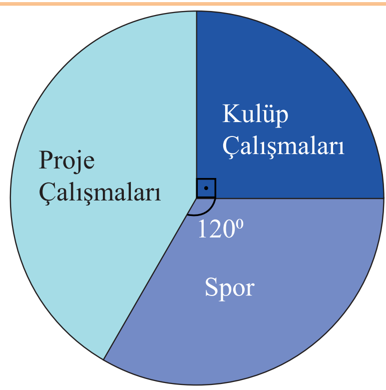
$270 \cdot x = 100 \cdot 40$ olur.

$x \approx 14{,}8$ ton bulunur.

Yani 2014 yılındaki üretim 6 yıllık üretimin yaklaşık olarak %14,8 ini oluşturmaktadır.

Örnek

Yandaki dairesel grafikte bir öğrencinin okulda katıldığı etkinliklere ayırdığı zaman oranları verilmiştir. Bu öğrenci her gün 1 saat bu etkinliklerle ilgilenmekte ve toplam 180 gün okulda bulunduğuna göre



a) Bir yıl içerisinde bu öğrencinin toplam kaç saat proje çalışmalarına katıldığını bulunuz.

b) Kulüp çalışmalarının öğrencinin katıldığı etkinliklerin yüzde kaçını oluşturduğunu bulunuz.

Çözüm

a) Öğrenci bir yıl içerisinde toplam 180 saat etkinliğe katılmaktadır.
Dairesel grafik 360^o olduğu için proje çalışmalarına
$360^o - 210^o = 150^o$ lik açı kalmaktadır. Bir doğru orantı kurulacak olursa

360 derece → 180 saatse
150 derece → x saattir

$$x \cdot 360 = 150 \cdot 180$$

$$x = \frac{150 \cdot 180}{360} \text{ ise } x = 75 \text{ bulunur.}$$

Bu öğrenci 1 yıl içerisinde 75 saat proje çalışmalarına katılmıştır.

b) Grafikte kulüp çalışmaları 90^o lik açıyla gösterilmektedir. Bir doğru orantı kurulacak olursa

360 derecede → 90 derece ise
100 derecede → x tir

$$x \cdot 360 = 90 \cdot 100$$

$$x = \frac{90 \cdot 100}{360} \text{ ise } x = 25 \text{ bulunur.}$$

Kulüp çalışmaları bu öğrencinin katıldığı etkinliklerin %25 ini oluşturmaktadır.

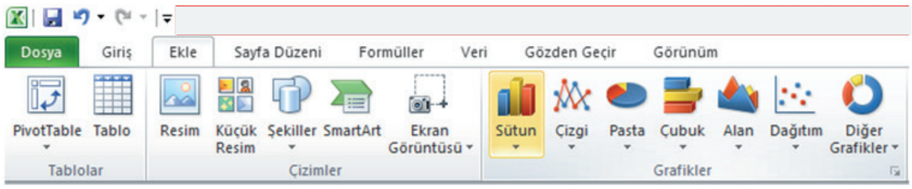
@ Teknoloji Uygulaması

Bir araştırmada öğrencilere yaşadıkları çevrede karşılaştıkları en önemli üç çevre sorunu sorulmuştur. Alınan cevaplar sırası ile **çevre kirliliği** %87, **hava kirliliği** %47,2, **yeşil alan, park ve oyun alanlarının olmaması** %39, **atıklar** %36,8, **gürültü kirliliği** %31,3, **küresel ısınma** %19,5, **toprak kirliliği** %15, **çölleşme** %9,6, **doğal afetler** %7,7 ve **yangınlar** %6,9 şeklinde olmuştur.
Bu araştırmanın sonuçlarını aşağıdaki tablo verilerini Excel programındaki satır ve sütunları kullanarak tablo hâline getiriniz.

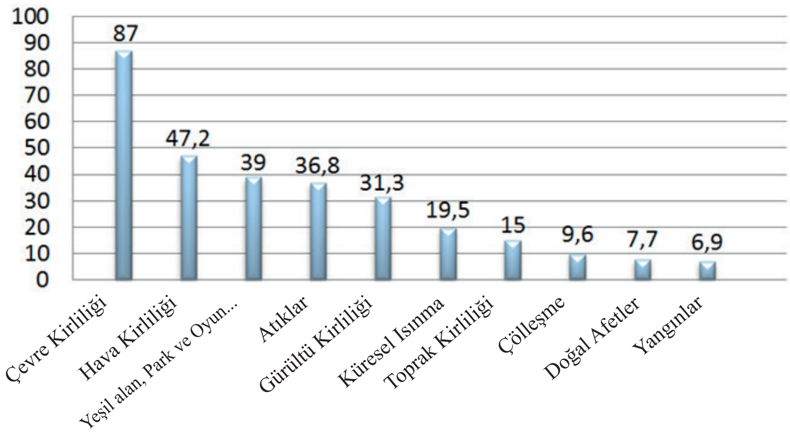
Sonra şekildeki gibi tablonun bulunduğu alanı seçiniz.

	A	B	C
1		A	B
2	1	Çevre Kirliliği	87
3	2	Hava Kirliliği	47,2
4	3	Yeşil alan,Park ve Oyun Alanlarının Olmaması	39
5	4	Atıklar	36,8
6	5	Gürültü Kirliliği	31,3
7	6	Küresel Isınma	19,5
8	7	Toprak Kirliliği	15
9	8	Çölleşme	9,6
10	9	Doğal Afetler	7,7
11	10	Yangınlar	6,9

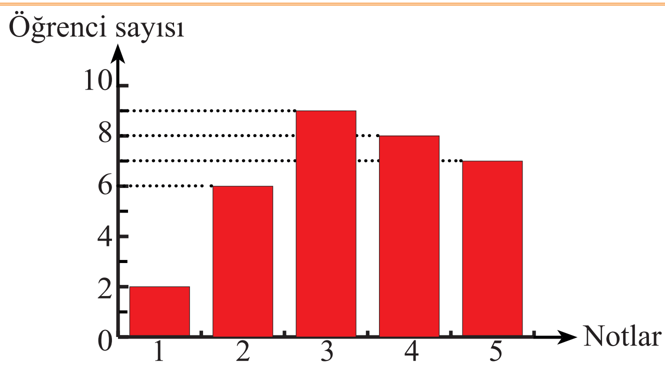
Ardından alttaki resimdeki gibi araç çubuğunda bulunan ekle bölümüne tıklayanız. Araç çubuğu üzerinde karşınıza çıkan grafikler menüsünden sütun grafiğini seçiniz.



Bu durumda sütun grafiği şekildeki gibi elde edilir. İstenilirse grafik sekmesinde bulunan diğer grafik çeşitleri seçilerek de aynı verilere ait başka grafikler çizdirilebilir.



Örnek



Yukarıdaki grafik bir sınıftaki öğrencilerin matematik dersinden aldıkları notları göstermektedir. Buna göre 3 ve 3 ten fazla not alanlar dersten başarılı kabul edilirse sınıfın yüzde kaçının başarılı olduğunu bulunuz.

Çözüm

3 ve 3 ten fazla not alan öğrenci sayısı $9 + 8 + 7 = 24$ kişidir. Bir doğru orantı kurulacak olursa

32 kişide ⟶ 24 kişi başarılı ise
100 de ⟶ x kişi başarılı olur

$$x \cdot 32 = 24 \cdot 100$$

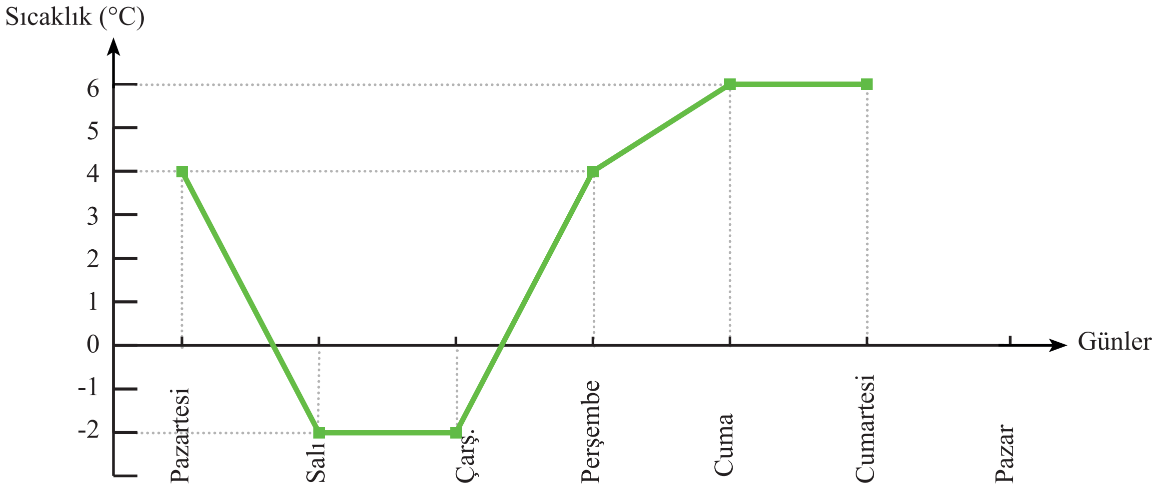
$$x = \frac{24 \cdot 100}{32}$$

$$x = \frac{2400}{32} \text{ ise } x = \%75 \text{ bulunur.}$$

Sınıfın %75 i matematik dersinden başarılı olmuştur.

ALIŞTIRMALAR

1. A kentinde şubat ayının haftanın pazar günü haricinde günlük hava sıcaklıkları grafikte verilmiştir.



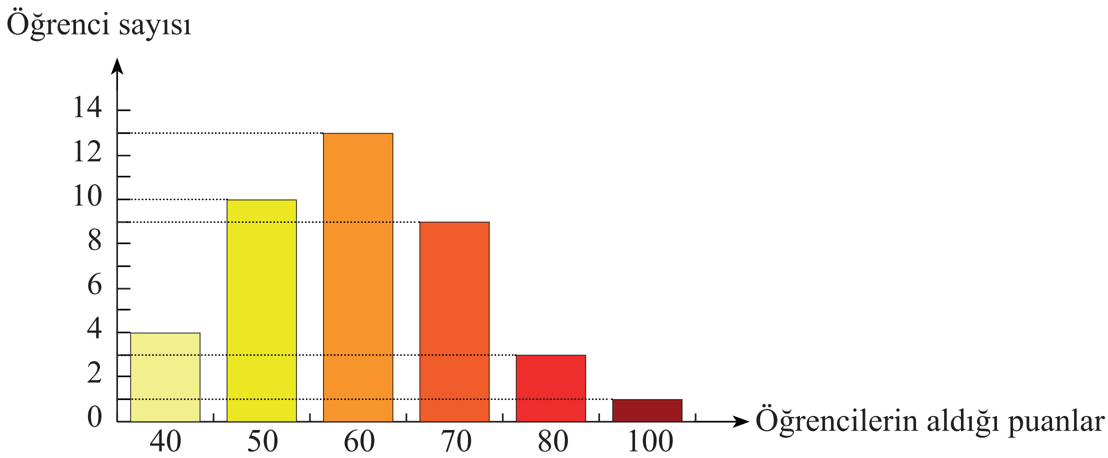
Bu haftaya ait hava sıcaklığı ortalaması 3 derece **olduğuna göre pazar gününün sıcaklığının kaç derece olduğunu bulunuz.**

2. Bir grupta bulunan kişilerin yaşları ve sayıları tablo ile verilmiştir.

Yaş	10	12	15	20
Kişi Sayısı	3	2	4	2

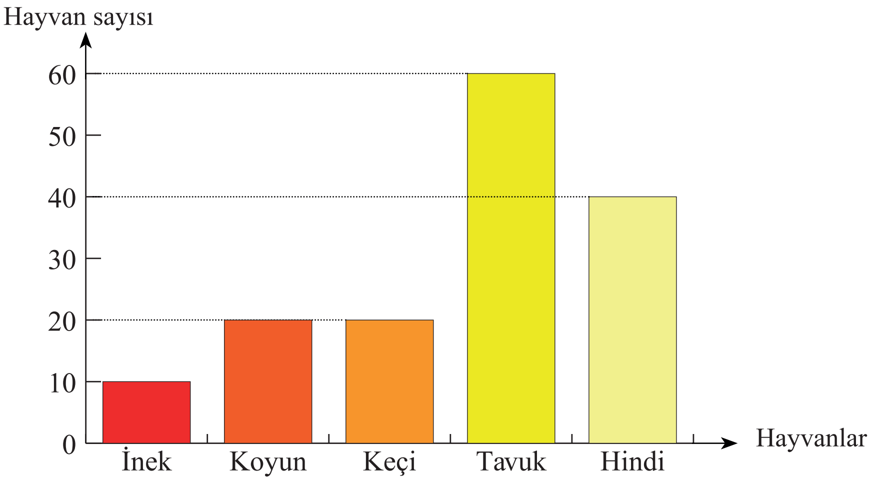
Bu veri grubundaki bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.
a) Grubun yaş ortalamasını bulunuz.
b) Bu verileri sütun grafiği ile gösteriniz.

3.



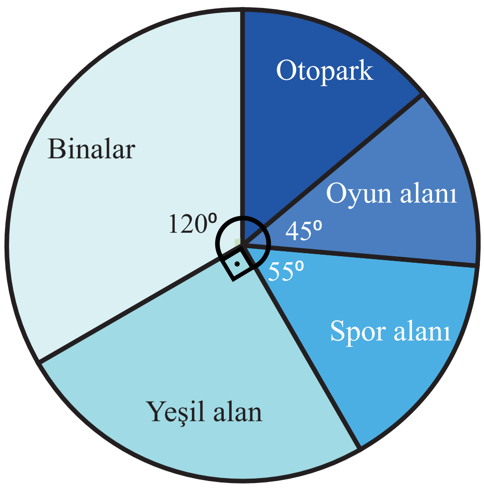
Yukarıdaki sütun grafiği bir grup öğrencinin matematik sınavından aldığı puanları göstermektedir. **50 ve üzeri puan alanlar başarılı olduğuna göre bu sınıfta başarısız olanların sınıfın yüzde kaçı olduğunu bulunuz.**

4.



Şekildeki grafik bir çiftlikte bulunan hayvan sayılarını göstermektedir. **Bu verilerin dairesel grafiği çizilirse, ineklerin sayısını gösteren daire diliminin merkez açısının kaç derece olacağını bulunuz.**

5. Aşağıdaki grafikte bir sitenin kullanım alanlarının dağılımı verilmiştir.



Yeşil alan için ayrılan bölüm, oyun alanı için ayrılan bölümden 720 m^2 fazla ise **otopark alanı için ayrılan bölümün kaç metrekare olduğunu bulunuz.**

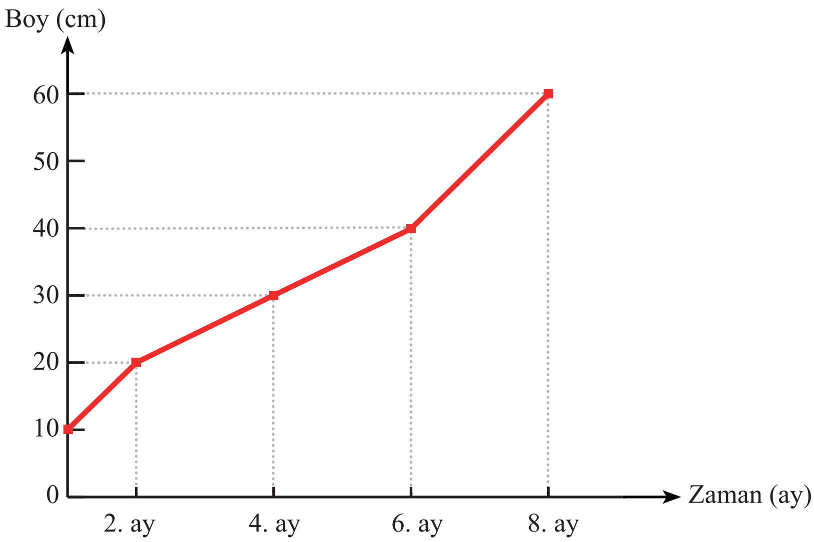
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 2.1.

A) Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere uygun ifadeleri yazınız.

1. Ölçüm, sayım, deney, gözlem veya araştırma yoluyla elde edilen bilgilere .... denir.
2. Birçok ülkede düzenli şekilde veri toplayan ve bunları araştırmacıların kullanımına sunan kurumlar vardır. Ülkemizde bu işi yapan kurumlardan biri de………………… .
3. Belirli bir amaca yönelik veri toplama, verileri tablo ve grafiklerle ifade etme, sonuçlar çıkarma ve genelleme, çeşitli konularda geleceğe ilişkin tahmin yapma ve gözlem ilkelerini kapsayan bilime .... denir.
4. İstatistiksel verilerin biçim, desen veya çizgilerle gösterilmesine .... denir.
5. Bilgi alınacak kişilerle karşılıklı konuşma yoluyla veri toplama yöntemine .... denir.
6. Verilerin yatay ve dikey eksendeki değerleri işaretlenerek bulunan noktaların çizgilerle birleştirilmesi sonucunda elde edilen grafiğe .... denir.

B) Aşağıdaki tabloda numaralar ile verilen ifadeleri, harf ile verilen ifadelerle eşleştiriniz.

7. Şekilde bir bitkinin 8 aylık boy zaman grafiği verilmiştir.

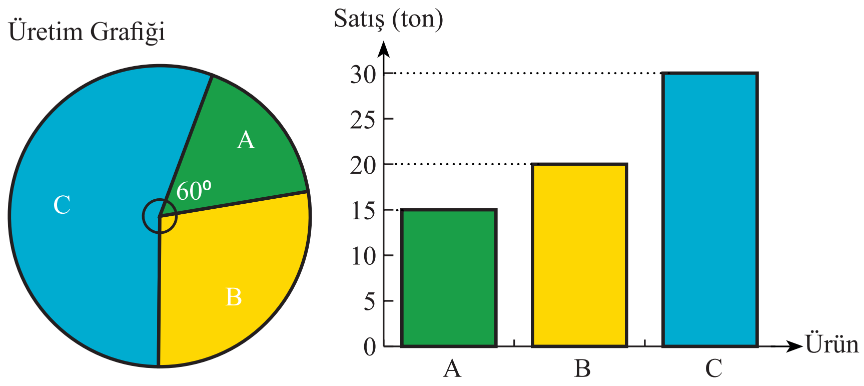


1	Bitkinin boyunun büyüme hızı en fazla hangi aylar arasındadır?	a	40
2	Bitkinin 8. aydaki boyu 4. aydaki boyundan ne kadar fazladır?	b	50
3	Bitki 8 ay sonunda toplam kaç cm uzamıştır?	c	6 ve 8. aylar
4	Bitkinin boyu dikildiğinde kaç cm dir?	ç	6,25
5	Bu bitki ayda ortalama kaç cm uzamıştır?	d	60
6	Bitkinin boyu 8. ayda kaç cm olmuştur?	e	2 ve 4. aylar
		f	10
		g	30

1	
2	
3	
4	
5	
6	

C) Aşağıdaki açık uçlu soruların cevabını ilgili alana yazınız.

8. Bir fabrikada üretilen A, B ve C marka ürünlerin üretim ve satış grafikleri verilmiştir.

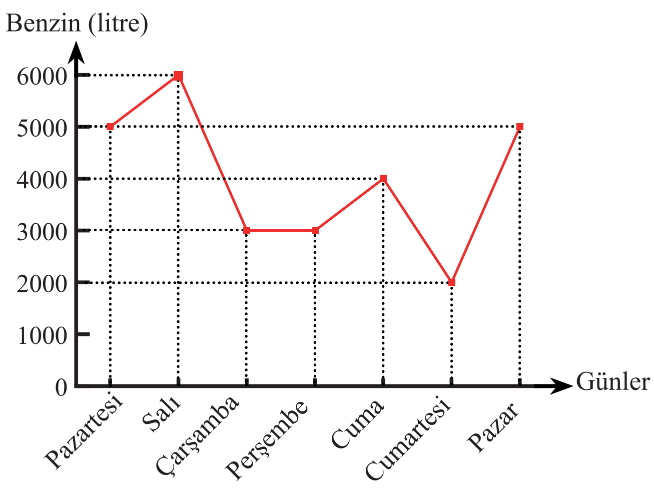


A marka ürünün tamamı ve B marka ürünün %80 i satıldığına göre

a) Daire grafikte C marka ürünü gösteren dilimin merkez açısını bulunuz.

b) C marka ürünün yüzde kaçının satıldığını bulunuz.

Aşağıda verilen çizgi grafiğine göre 9 ve 10. soruların cevabını bulunuz.



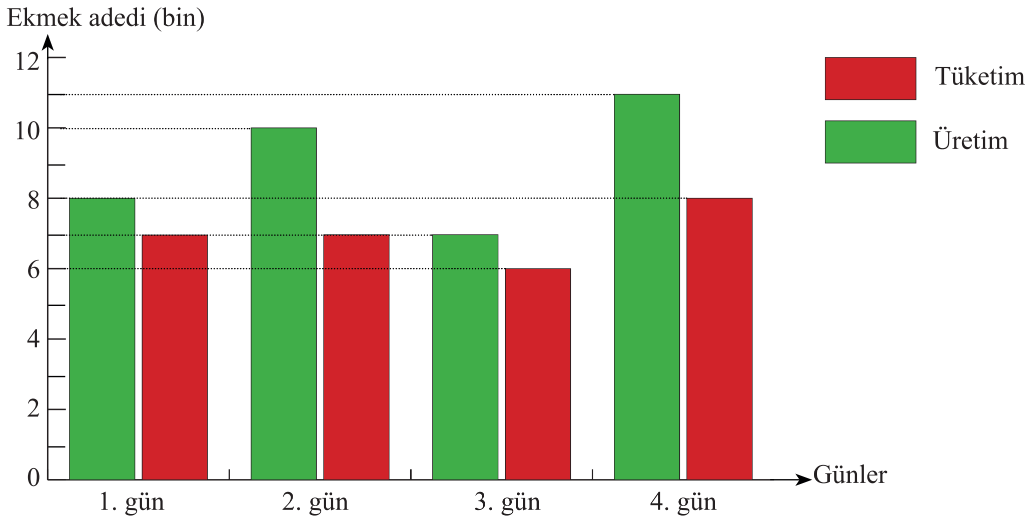
Yukarıdaki çizgi grafiğinde bir akaryakıt istasyonunun bir haftalık benzin satışı litre cinsinden verilmiştir.

9. Günlük ortalama kaç litre benzin satıldığını bulunuz.

10. Perşembe günü satılan benzin miktarının pazartesi günü satılan benzin miktarının yüzde kaçı olduğunu bulunuz.

Ç) Aşağıdaki çoktan seçmeli soruları okuyunuz ve soruların doğru seçeneği işaretleyiniz.

Aşağıda verilen sütun grafiğine göre 11, 12, ve 13. soruları cevaplayınız.



Yukarıdaki sütun grafiği bir ilçedeki 4 günlük ekmek üretim-tüketim adetlerini göstermektedir.

11. Grafikte verilen bilgilere göre 4 günde tüketilen ekmek sayısının üretilen ekmek sayısına oranı kaçtır?

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{5}{7}$ C) $\frac{6}{7}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{7}{9}$

12. Grafikte verilen bilgilere göre 4 günde tüketilmeyen ekmek sayısı kaçtır?

A) 5000 B) 7000 C) 8000 D) 9000 E) 10 000

13. Grafikte verilen bilgilere göre ekmeğin adet fiyatının 1,25 TL olduğu düşünülürse 4 gün boyunca tüketilmeyen ekmek tutarının ilk iki günde tüketilmeyen ekmek tutarından ne kadar fazla olduğunu bulunuz.

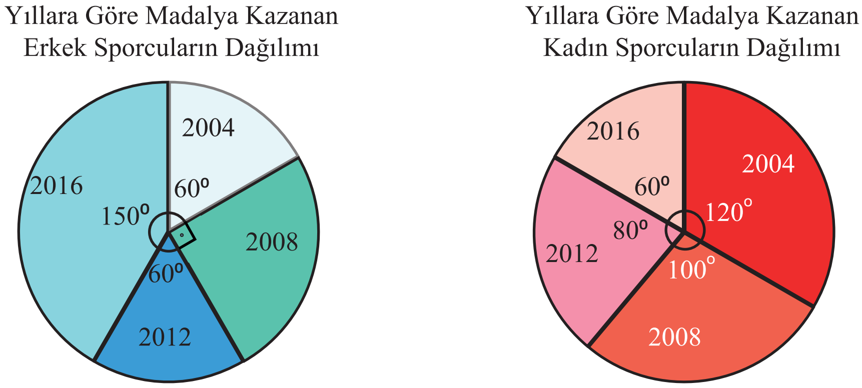
A) 12 000 B) 10 000 C) 9000 D) 8000 E) 5000

D) Aşağıdaki soruları verilen görsele ve metne göre cevaplayınız.

14, 15, 16 ve 17. soruları aşağıda verilen bilgilere göre cevaplayınız.

Aşağıdaki tabloda, bir ülkenin 2004, 2008, 2012 ve 2016 yıllarında olimpiyat oyunlarına bireysel olarak katılan sporcuların sayıları, dairesel grafiklerde ise bu olimpiyat oyunları sonunda kadınlarda ve erkeklerde madalya kazanan sporcuların sayılarının yıllara göre dağılımı verilmiştir.

Cinsiyet \ Yıllar	2004	2008	2012	2016
Kadın	60	120	100	120
Erkek	60	90	150	180



2012 yılındaki olimpiyatlara katılanlardan 40 erkek, 20 kadın sporcu madalya kazanmıştır.

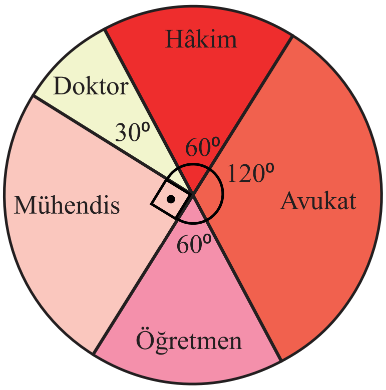
14. 2008 yılında madalya kazanan erkek sporcularının sayısının madalya kazanamayan kadın sporcuların sayısına oranını bulunuz.

15. 2012 yılında madalya kazanan kadın sporcuların sayısının 2016 yılında madalya kazanan erkek sporcuların sayısına oranını bulunuz.

16. Olimpiyat oyunlarında madalya kazanan kadın sporcu sayısının madalya kazanan sporcu sayısının yüzde kaçı olduğunu bulunuz.

17. 2008 yılında madalya kazanan erkek sporcu sayısının 2004 yılında madalya kazanan erkek sporcu sayısına göre yüzde kaç arttığını bulunuz.

18, 19, 20 ve 21. soruları aşağıda verilen bilgilere göre cevaplayınız.



Yukarıdaki dairesel grafikte, 72 kişilik bir öğrenci grubunun seçmek istedikleri meslekler dilimler hâlinde verilmiştir.

18. Öğretmen olmak isteyenlerin sayısını bulunuz.

19. Mühendis olmak isteyenlerin sayısı doktor olmak isteyenlerin sayısından kaç fazla olduğunu bulunuz.

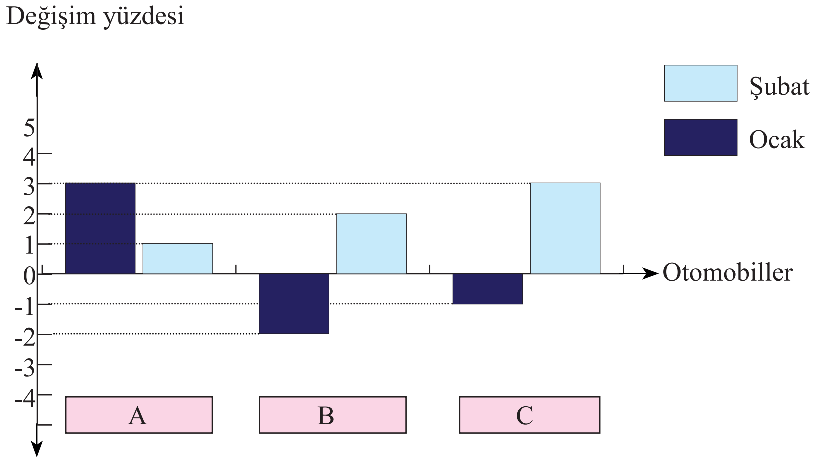
20. Gruptaki toplam öğrenci sayısının avukat olmak isteyen öğrencilerin kaç katı olduğunu bulunuz.

21. Hâkim olmak isteyenlerin tüm grubun yüzde kaçı olduğunu bulunuz.

22, 23, 24 ve 25. soruları aşağıda verilen bilgilere göre cevaplayınız.

Marka \ Ay	Aralık	Ocak	Şubat
A	8	5	4
B	12	6	4
C	16	10	8

Yukarıdaki tabloda bir otomobil bayisinde satılan A, B ve C markalı otomobillerin aylara göre satış sayıları verilmiştir. Aralık ayındaki satış fiyatları sırasıyla 104 000 TL, 96 000 TL ve 112 000 TL olan bu üç otomobilin ocak ve şubat aylarındaki fiyatlarının bir önceki aya göre değişim yüzdeleri grafikte gösterilmiştir.



22. Şubat ayı satışlarında <u>en çok</u> gelir getiren otomobil markasının hangisi olduğunu bulunuz.

23. <u>En çok</u> gelirin hangi ayda hangi marka otomobilden elde edildiğini bulunuz.

24. <u>En az</u> gelirin hangi ayda hangi marka otomobilden elde edildiğini bulunuz.

25. C marka otomobilin şubat ayı satış fiyatının kaç TL olduğunu bulunuz.

ÖLÇME

3

3.1. ÇEVRE, ALAN VE HACİM ÖLÇME



3.1 ÇEVRE, ALAN VE HACİM ÖLÇME



NELER ÖĞRENECEKSİNİZ?

- Bir nesnenin belli bir oranda büyütülmüş ya da küçültülmüş çizimini kullanarak mesafesini, çevre uzunluğunu, alanını ve hacmini bulmayı,
- Bir nesnenin belli bir oranda büyütülmüş veya küçültülmüş çizimlerini, ölçekli kâğıt üzerine çizebilmeyi.

TERİM VE KAVRAMLAR

- Ölçme
- Ölçek

SEMBOL VE GÖSTERİMLER

- cm
- m
- km
- cm^2
- m^2
- km^2
- cm^3
- m^3
- km^3

Hazırlık Çalışması

Ölçmenin tarihi gelişimine bakıldığında ilk olarak tarla ve bahçe hesaplamalarında kullanıldığı görülmektedir. Babil ve Mısır topluluklarının günümüzden 3000-4000 yıl öncesinde bu hesaplamaları gerçek değerlerinden farklı bulmadıkları anlaşılmaktadır. Tarih boyunca arşın, okka, dirhem gibi birçok ölçü birimi geliştirilmiştir. Ülkeler arası farklılıkların ticarette sorun oluşturmaması için dünya genelinde kabul edilen ölçü birimleri kullanılmaya başlanmıştır. Uzunluk ölçü birimi metre, alan ölçü birimi metrekare, ağırlık ölçü birimi ise kilogramdır.



Maket, gerçek veya kurgusal bir nesnenin çeşitli materyaller kullanılarak üretilen belirli bir ölçekteki kopyasıdır.

Çanakkale Şehitleri Anıtı'nın ölçülerini araştırıp maketini yapacağınızı düşününüz.

1. Yapacağınız maket için Çanakkale Şehitleri Anıtı'nın hangi ayrıtlarının uzunluğunu dikkate alırsınız?
2. Yapacağınız maketin ve Çanakkale Şehitleri Anıtı'nın ayrıtlarını nasıl ilişkilendirirsiniz?
3. Bu ilişkilendirmeden elde edilen uzunluk oranını maket yapımına nasıl yansıtabilirsiniz?

Tanım

Ölçme

Bir uzunluğun, alanın, hacmin, kapasitenin veya herhangi bir niceliğin o nicelik için kabul edilmiş bir birimle karşılaştırılmasına **ölçme** denir.

Ölçek

Herhangi bir yerin haritası veya planı çizilirken hangi oranda küçültüldüğünü gösteren orana **ölçek** denir. Ölçek genellikle harita hesaplamalarında kullanılır.

$$\text{Ölçek}=\frac{\text{Haritadaki uzunluk}}{\text{Gerçek uzunluk}}$$

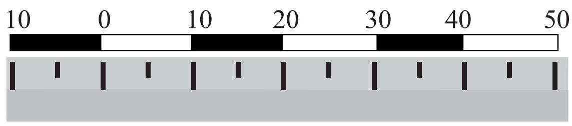


Görsel 3.1: Ölçme Araçları

Örnek



Görsel 3.2: Aksaray-Nevşehir arası yol haritası



$\frac{1}{1\ 000\ 000}$ ölçekli bir haritada Aksaray-Nevşehir arası mesafe 6 cm olarak ölçülmüştür. Buna göre bu iki kent arasındaki gerçek mesafeyi bulunuz.

Çözüm

1. yöntem

$$\text{Ölçek} = \frac{\text{Haritadaki uzunluk}}{\text{Gerçek uzunluk}}$$ → (ölçek bağıntısı)

$$\frac{1}{1\ 000\ 000} = \frac{6}{\text{Gerçek uzunluk}}$$ → (içler dışlar çarpımı yapılır.)

$$\text{Gerçek uzunluk} = 6\ 000\ 000 \text{ cm}$$ → (cm birimi, 100 000 e bölünüp km birimine çevrilir.)

$$= 60 \text{ km}$$

Buna göre Aksaray-Nevşehir arasındaki gerçek mesafe 60 km dir.

2. yöntem

Verilen ve istenilen bilgiler arasında bir doğru orantı kurulacak olursa

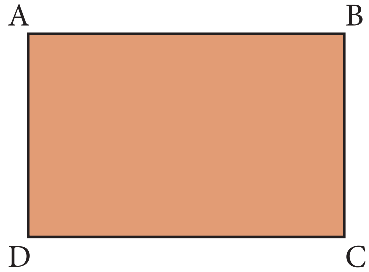
Haritada 1 cm olarak ölçülen uzunluk → gerçekte 1 000 000 cm ise

Haritada 6 cm olarak ölçülen uzunluk → gerçekte x cm olur.

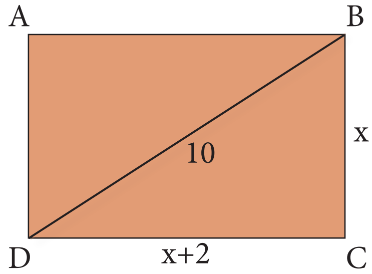
$$x = 6 \cdot 1\ 000\ 000 = 6\ 000\ 000 \text{ cm} = 60 \text{ km olur.}$$

Örnek

Dikdörtgen biçimindeki bir tarlanın $\frac{1}{200}$ ölçeğinde çizilmiş hâli yanda şekilde verilmiştir. Şeklin köşegen uzunluğu 10 cm ve dik kenarlarının farkı 2 cm olduğuna göre tarlanın çevresinin kaç metre olduğunu bulunuz.



Çözüm



Kenarlar x ve $x+2$ cm olsun. Pisagor teoreminden

$$x^2+(x+2)^2=10^2$$

$$x^2+x^2+4\cdot x+4=100$$

$$2\cdot x^2+4\cdot x-96=0$$

$(x+8)\cdot(x-6)=0$ denkleminden $x=6$ bulunur. Bu durumda şeklin kenarları 6 ve 8 cm dir. Gerçek tarlalarının kenarları ise $6\cdot 200=1200$ cm ve $8\cdot 200=1600$ cm olup tarlanın çevresi

$2\cdot(1600+1200)=5600$ cm=56 m bulunur.

Örnek



Görsel 3.3: Otomobil



Görsel 3.4: Maket

Görselde, bir otomobil ile $\frac{1}{50}$ oranındaki maketi verilmiştir. Maket otomobilin uzunluğu 6,4 cm olduğuna göre otomobilin gerçek uzunluğunun kaç metre olduğunu bulunuz.

Çözüm

Maket otomobildeki 1 cm lik uzunluk ⟶ gerçekte 50 cm ye karşılık geliyorsa
Maket otomobildeki 6,4 cm lik uzunluk ⟶ gerçekte x cm ye karşılık gelir.

$x=50\cdot 6,4=320$ cm $=3,2$ m olur.

Sıra Sizde

Gerçek uzunluğu 6 m olan bir kamyonetin $\frac{1}{40}$ oranındaki maketinin uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.

Alan Hesaplama

HA: Harita üzerindeki alan
GA: Gerçek alan olmak üzere

Alan soruları $\frac{HA}{GA} = (\text{Ölçek})^2$ bağıntısı ile hesaplanabilir.

Örnek

Gerçek alanı 675 km^2 olan bir kentin $\frac{1}{1\ 500\ 000}$ ölçekli bir haritada kaç cm^2 alana sahip olduğunu bulunuz.

Çözüm

$675\ km^2 = 675 \cdot 10^{10}\ cm^2$ olur. → (1 km = 10^5 cm ise 1 $km^2 = (10^5)^2 = 10^{10}$ cm^2 olur.)

$$\frac{HA}{GA} = (\text{Ölçek})^2 \quad \rightarrow \text{(alan bağıntısı)}$$

$$\frac{HA}{675 \cdot 10^{10}} = \left(\frac{1}{1\ 500\ 000}\right)^2 \quad \rightarrow \text{(verilenler yerine yazılır.)}$$

$$\frac{HA}{675 \cdot 10^{10}} = \left(\frac{1}{15 \cdot 10^5}\right)^2 \quad \rightarrow (1\ 500\ 000 = 15 \cdot 10^5)$$

$$\frac{HA}{675 \cdot 10^{10}} = \frac{1}{225 \cdot 10^{10}}$$

$HA = \frac{675 \cdot \cancel{10^{10}}}{225 \cdot \cancel{10^{10}}} = 3\ cm^2$ bulunur. Buna göre, bu kentin haritadaki alanı 3 cm^2 dir.

Örnek

$\frac{1}{2500}$ ölçekli bir planda alanı 5 cm^2 olan bir tarlanın gerçek alanının kaç m^2 olduğunu bulunuz.

Çözüm

$$\frac{HA}{GA} = (\text{Ölçek})^2 \Rightarrow \frac{5}{GA} = \left(\frac{1}{2500}\right)^2$$

$$\frac{5}{GA} = \left(\frac{1}{25 \cdot 10^2}\right)^2$$

$$\frac{5}{GA} = \frac{1}{625 \cdot 10^4}$$

$$GA = 5 \cdot 625 \cdot 10^4$$

$$= 3125 \cdot 10^4\ cm^2 = 3125\ m^2 \text{ bulunur.}$$

Buna göre bu tarlanın gerçek alanı 3125 m^2 dir.

Örnek

$\dfrac{1}{5000}$ ölçekli bir şehir planında $10\ cm^2$ ile gösterilen bir parkın gerçekte kaç m^2 olduğunu bulunuz.

Çözüm

$\dfrac{1}{5000}$ ölçekli harita üzerindeki 1 cm uzunluk gerçekte 5000 cm ye karşılık gelir.

$$\frac{HA}{GA} = (\text{Ölçek})^2$$

$$\frac{10}{GA} = \left(\frac{1}{5000}\right)^2$$

$$\frac{10}{GA} = \left(\frac{1}{5 \cdot 10^3}\right)^2$$

$$\frac{10}{GA} = \frac{1}{25 \cdot 10^6}$$

$GA = 250 \cdot 10^6\ cm^2$ ⟶ ($1\ m^2 = 10^4\ cm^2$ dir.)

$= 25\ 000\ m^2$ bulunur. Buna göre bu parkın gerçek alanı $25\ 000\ m^2$ olur.

Sıra Sizde

1. Arazi üzerindeki 400 km lik uzunluk, haritada 25 cm olarak ölçüldüğüne göre bu haritanın ölçeğini bulunuz.

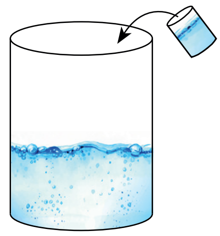
2. Konya Ovası’nın yüz ölçümü $4000\ km^2$ dir. Ölçeği bilinmeyen bir haritada Konya Ovası’nın gösterildiği bölgenin alanı $2{,}5\ cm^2$ ise bu haritanın ölçeğini bulunuz.

Uyarı

Benzer iki cismin hacimleri oranı benzerlik oranının küpüne eşittir.

Örnek

Benzerlik oranı $\frac{1}{5}$ olan iki silindir kovadan büyük olan kovanın küçük kova ile kaç seferde dolacağını bulunuz.



Görsel 3.5: Su kovası

Çözüm

Küçültme oranı benzerlik oranıdır. Benzer cisimlerin hacimleri oranı benzerlik oranının küpüne eşit olduğundan

Küçültme oranı $=\frac{1}{5}$

Hacimler oranı $=\left(\frac{1}{5}\right)^3$

$=\frac{1}{125}$ olur.

Bu oran su deposunun kovayla 125 defada dolacağını gösterir.

Örnek

Dikdörtgenler prizması şeklindeki bir kamyon kasasının hacmi 100 m^3 tür. Bu kamyon, kasasıyla $\frac{1}{20}$ oranında benzer olan kutularla doldurulmak istenirse bir kutunun hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.

Çözüm

Kamyon kasası ile kutular birbirine benzer olup benzerlik oranı $\frac{1}{20}$ dir. Benzer cisimlerin hacimleri oranı, benzerlik oranının küpüne eşit olacağından kutunun hacmi

$$\frac{\text{Kutunun Hacmi}}{\text{Kasanın Hacmi}}=\left(\frac{1}{20}\right)^3$$

$$\frac{x}{100}=\frac{1}{8000} \longrightarrow \text{(kutunun hacmi x olsun.)}$$

$$x\cdot 8000=100 \longrightarrow \text{(içler dışlar çarpımı yapılır.)}$$

$$x=\frac{100}{8000}=\frac{1}{80}\cdot m^3=\frac{1}{80}\cdot 1\,000\,000=12\,500\ cm^3 \longrightarrow (1\ m^3=1\,000\,000\ cm^3)$$

Buna göre bir kutunun hacmi 12 500 cm^3 bulunur.

Örnek

Bir edebiyat öğretmeni, çalıştığı okuldaki 15 Temmuz Şehitleri köşesine Şehit Ömer Halisdemir'in $5\ cm \times 6\ cm$ ebatındaki fotoğrafını 10 kat büyüterek asmak istemektedir. Buna göre

a) Büyük resmin çevresinin kaç cm olacağını bulunuz.

b) Büyük resmin duvarda kapladığı alanın kaç cm^2 olacağını bulunuz.



Görsel 3.6: Şehit Ömer Halisdemir

Çözüm

a) Fotoğrafın çevresi $2 \cdot (5+6) = 22\ cm$

Benzerlik oranı 10 olduğunda büyütülmüş fotoğrafın çevresi $22 \cdot 10 = 220\ cm$ bulunur.

b) İki fotoğraf arasındaki benzerlik oranı $k = 10$ olduğundan alanlar oranı $k^2 = 10^2 = 100$ olur.

Fotoğrafın alanı $5 \cdot 6 = 30\ cm^2$ olur.

Büyütülmüş fotoğrafın alanı ise $30 \cdot 100 = 3000\ cm^2$ bulunur.

Örnek

Bir seramik sanatçısı, Selçuklu çinileriyle kaplanmış caminin mihrap kısmında bulunan yıpranmış alanın restorasyonunda kullanılmak üzere bir kenarı 30 cm olan kare biçiminde çini plaka üretecektir. Yapacağı çini plaka çamuru, yüksek ısıda fırınlandığında alanı %20 küçülmektedir. Buna göre yıpranmış alanı kaplayacak şekilde üretilecek plakanın fırınlanmadan önceki alanının kaç cm^2 olacağını bulunuz.

Çözüm

Seramik sanatçısının tamir etmek istediği kare bölgenin alanı $= 30 \cdot 30 = 900\ cm^2$
Üretmek istediği çininin fırınlanmadan önceki alanı 100x olsun.

Fırınlandıktan sonra alan $100x \cdot \frac{20}{100} = 20x$ azalır.

$100x - 20x = 80x$ olur.

$80x = 900$ ise $x = \frac{900}{80} = 11{,}25\ cm^2$ buradan

$100x = 100 \cdot 11{,}25 = 1125\ cm^2$ olur.

Sıra Sizde

1. Kayseri ile Antalya arası mesafe kuş uçuşu olarak 500 km dir. Türkiye'ye ait bir haritada bu iki il arası mesafe 20 cm olarak ölçülmüştür.
Bu haritanın ölçeğini hesaplayınız.

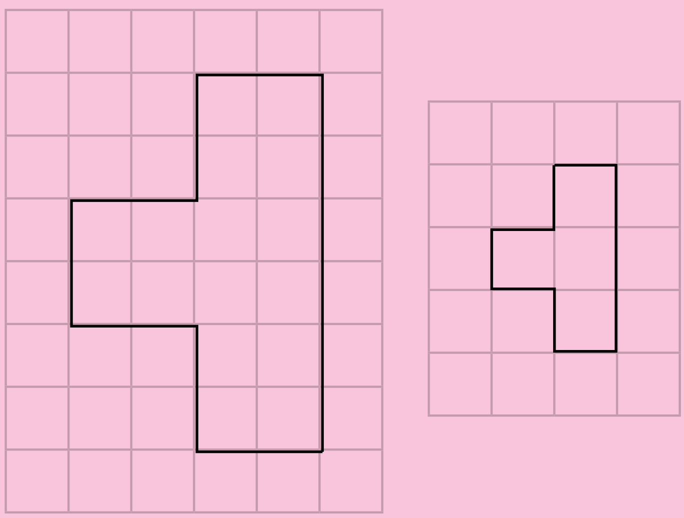
2. 1665 km^2 yüz ölçüme sahip Tuz Gölü'nün bu haritada kaç cm^2 olarak gösterildiğini bulunuz.

3. Türkiye'deki toplam ormanlık alan yaklaşık olarak $18 \cdot 10^5$ km^2 ise ormanlara ait alanın bu haritada kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

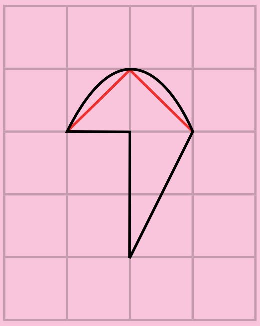
Bir Nesnenin Belli Bir Oranda Büyütülmüş veya Küçültülmüş Çizimleri

Birimkareli kâğıt üzerindeki çizimi verilen bir nesnenin belli bir oranda büyütülmüş veya küçültülmüş çizimleri aşağıda verildiği şekilde yapılabilir.

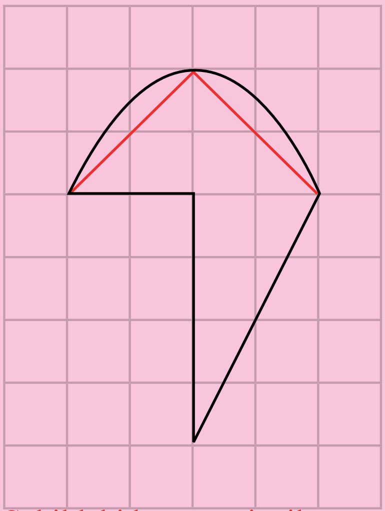
a) Çizimi verilen şekil, doğru parçalarından oluşuyorsa
Cismi oluşturan doğru parçalarının her biri k oranında büyütülür veya küçültülür.
Cismi oluşturan doğru parçalarının eğimleri korunarak çizim yapılır.
Örneğin aşağıdaki çizimlerden sağdaki soldakinin $\frac{1}{2}$ oranında küçültülmüşüdür.



b) Çizimi verilen cisim, oval parçalardan oluşuyorsa
Cismi oluşturan oval parçaların geçtiği köşe noktalarından geçen çokgensel bölge çizilir.
Cismi oluşturan çokgensel bölgenin kenarları k oranında büyütülür ya da küçültülür.
Elde edilen çokgensel bölgenin sınırlarından yararlanarak istenen çizim yapılır.
Örneğin aşağıdaki çizimlerden sağdaki soldakinin 2 katıdır.

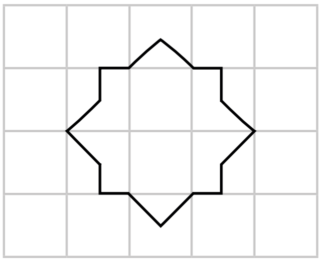


Şekildeki kırmızı çizgiler bize yol gösteriyor.



Şekildeki kırmızı çizgiler yardımıyla çizim yapılır.

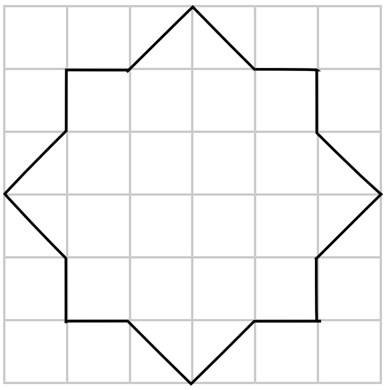
Örnek



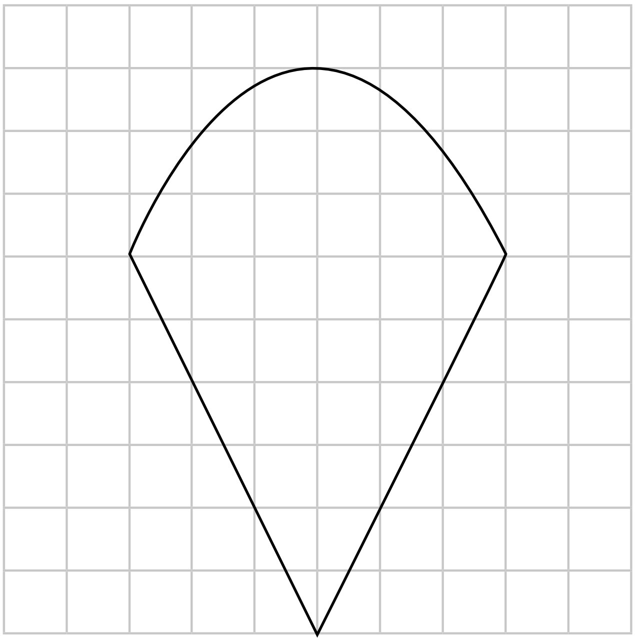
Yukarıda kareli kâğıt üzerine çizilmiş Selçuklu Yıldızı'nın %100 büyütülmüşünü çiziniz.

Çözüm

Selçuklu Yıldızı'nı oluşturan doğru parçalarının eğimlerini koruyarak her birinin uzunluğunu 2 katına çıkarırsak Selçuklu Yıldızı'nı %100 büyütmüş oluruz.



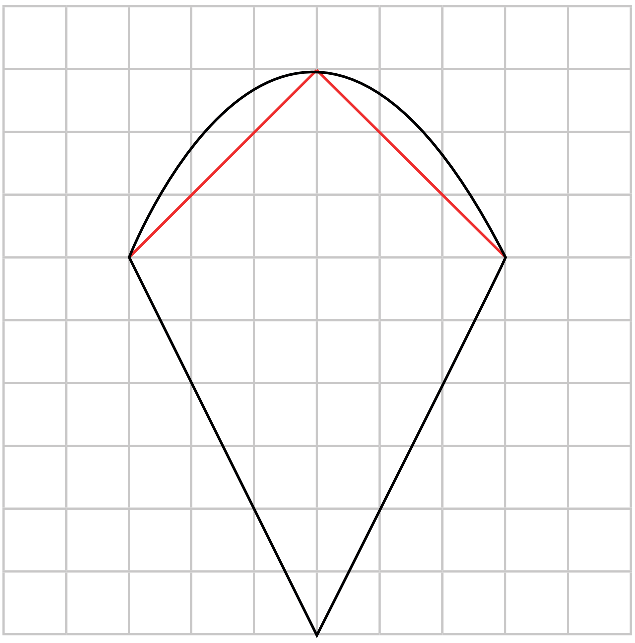
Örnek

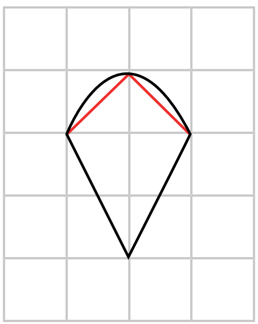


Yukarıda kareli kâğıt üzerine çizilmiş şeklin $\frac{1}{3}$ oranındaki çizimini yapınız.

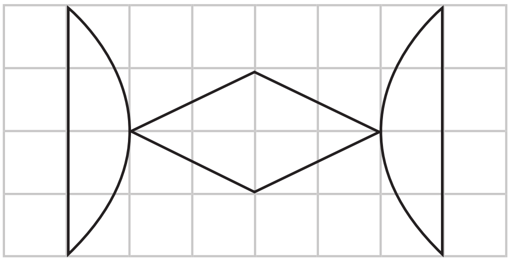
Çözüm

Şeklin oval parçalarını $\frac{1}{3}$ oranında çizebilmek için yardımcı kılavuz doğru parçalarına ihtiyaç vardır. Her bir doğru parçası, eğimleri korunarak $\frac{1}{3}$ oranında çizilirse şeklin $\frac{1}{3}$ oranındaki çizimi yapılmış olur.

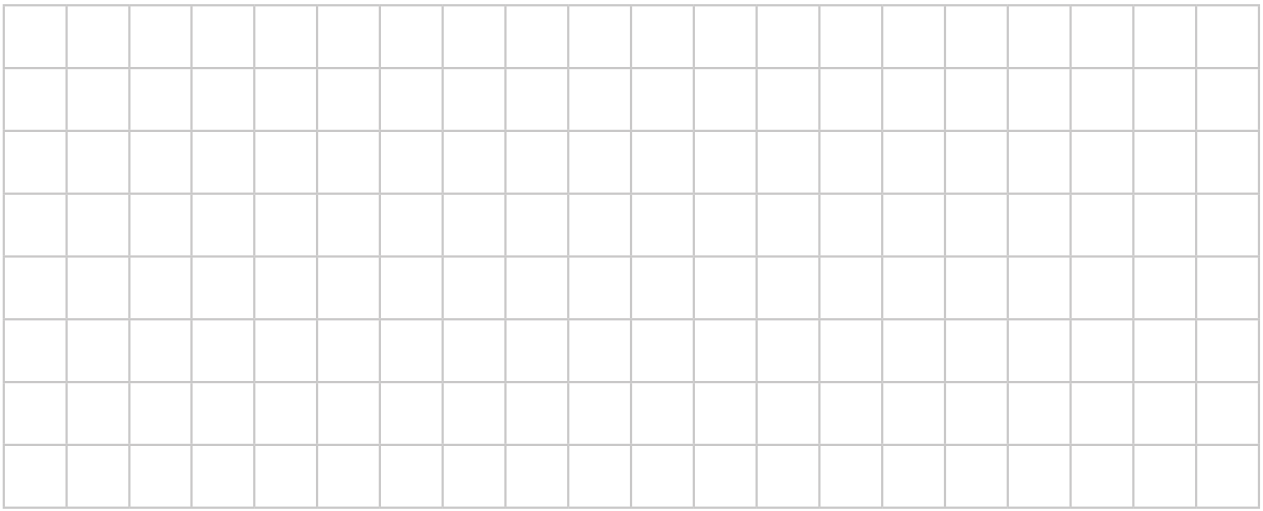




Sıra Sizde



Yukarıda kareli kâğıt üzerine çizilmiş şeklin %150 oranındaki çizimini yapınız.

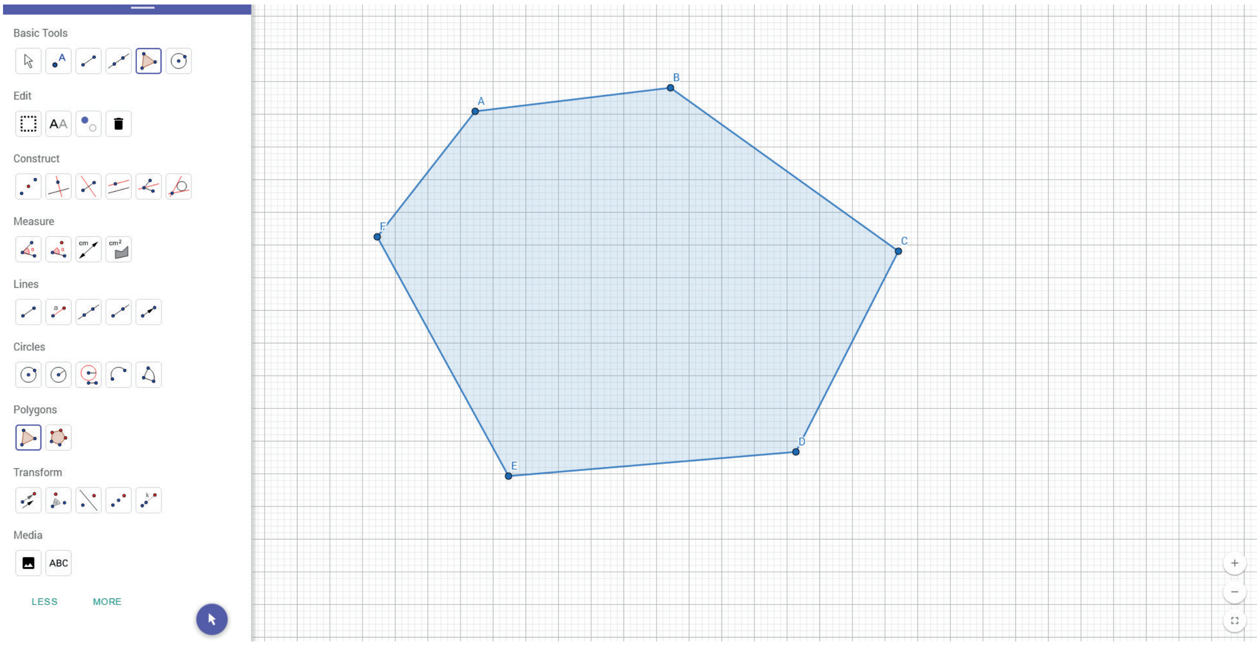


@ Teknoloji Uygulaması

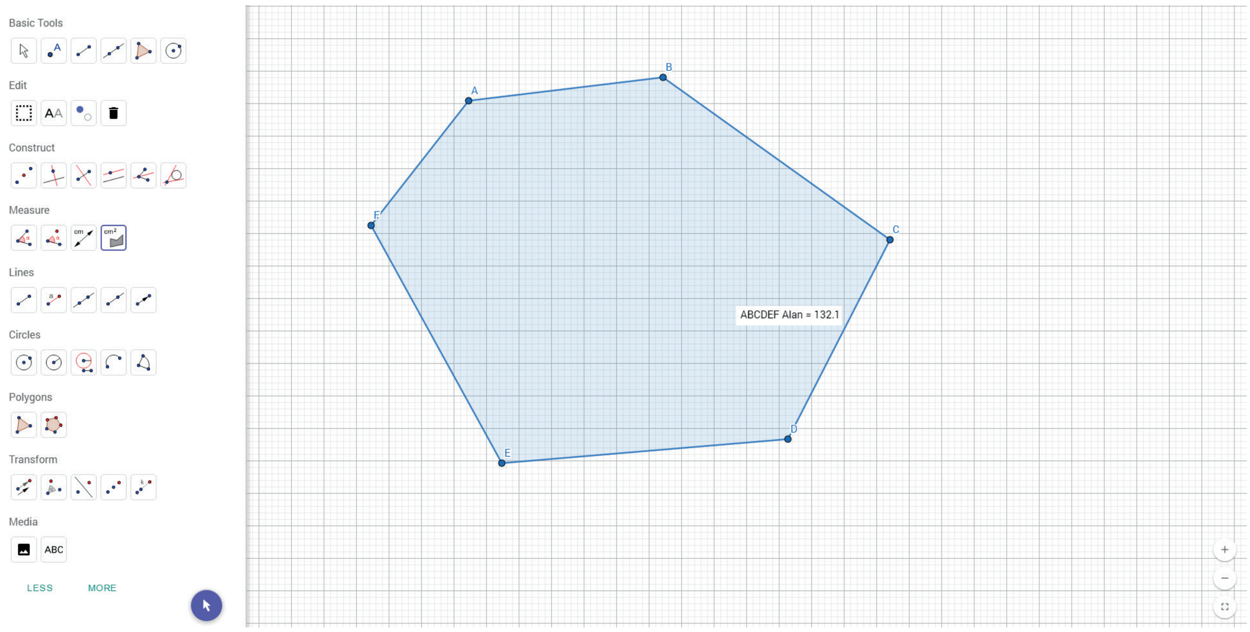
Bilgisayar veya tabletinize GeoGebra uygulamasını indiriniz. Uygulamayı açtıktan sonra 1. satırdaki çokgen ikonunu ( ) seçiniz.



Alanını hesaplamak istediğiniz şeklin bütün köşelerini seçiniz. Son olarak ilk seçtiğiniz noktayı tekrar seçip şeklin çizimini tamamlayınız.



Şekli çizdikten sonra alan ölçme ikonunu (cm²) seçip şeklin üzerine tıkladığınızda, çizdiğiniz şeklin alanını hesaplamış olursunuz.



Araştırma

Ünlü bir Türk matematikçinin geometriye kazandırdıkları ile ilgili bir sunum hazırlayınız. Bu sunumu sınıfınızda arkadaşlarınızla paylaşınız.

ALIŞTIRMALAR

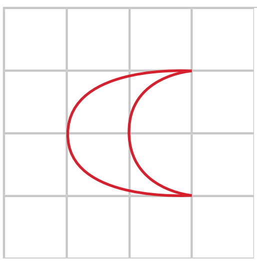
1. Bir otomobilin $\frac{1}{50}$ oranında çizilmiş maketindeki tekerleğinin çevresi $0{,}6\pi$ cm dir. **Buna göre bu otomobilin tekerleğinin çevresinin kaç cm olduğunu bulunuz.**

2. $\frac{1}{3\ 000\ 000}$ ölçekli bir haritada A ve B şehirlerinin arasındaki mesafe 4 cm olarak ölçülmüştür. **A ve B şehirleri arasındaki mesafenin kaç km olduğunu bulunuz.**

3. Silindir biçimindeki boş bir su deposu, silindirin $\frac{1}{10}$ oranındaki bir kova ile su taşınarak doldurulacaktır. **Su deposunun tamamen dolması için kaç kova suya ihtiyaç olduğunu bulunuz.**

4. $\frac{1}{400\ 000}$ ölçekli bir haritada bir bölgenin alanı 3 cm^2 ölçülmüştür. **Bu bölgenin alanının gerçekte kaç km^2 olduğunu bulunuz.**

5.



Yandaki kareli kâğıt üzerinde çizimi verilen cismin 2 kat büyütülmüşünü çiziniz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 3.1.

A) Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere uygun ifadeleri yazınız.

1. Bir uzunluğun, alanın, hacmin, kapasitenin veya herhangi bir niceliğin o nicelik için kabul edilmiş bir birimle karşılaştırılmasına .... denir.

2. Herhangi bir yerin haritası veya planı çizilirken hangi oranda küçültüldüğünü gösteren orana .... denir.

3. Gerçek boyu 100 cm olan cismin grafikteki boyu 2 cm olarak çiziliyor. Buna göre bu çizimdeki ölçek ……………. dir.

4. $\frac{1}{100\ 000}$ ölçeğinde çizilmiş bir haritada 15 cm olarak ölçülen iki nokta arasındaki mesafenin gerçek uzaklığı ……... km dir.

B) Aşağıda numaralar ile verilen ifadeleri, harf ile verilen ifadelerle eşleştiriniz.

5. $\frac{1}{20\ 000}$ ölçeğine sahip haritada gösterilen aşağıdaki uzunlukların gerçek değerlerini bulup eşleştiriniz.

Harita uzunluğu

1	12 cm
2	20 cm
3	30 cm
4	50 cm

Gerçek uzunluk

a	400 000 cm
b	1 000 000 cm
c	240 000 cm
ç	700 000 cm
d	600 000 cm

1	
2	
3	
4	

C) Aşağıdaki açık uçlu soruların cevabını ilgili alana yazınız.

6. A şehri ile B şehri arasındaki gerçek mesafe 80 km olup haritada bu iki şehrin arasındaki mesafe 15 cm olarak gösteriliyor. **Buna göre aynı harita üzerinde 60 cm olarak gösterilen mesafenin gerçek uzaklığını bulunuz.**

7. Bir beyaz eşya satıcısının bastırdığı broşürde dikdörtgenler prizması şeklindeki buzdolabının ön yüzeyinin eni 4 cm, boyu 6 cm, derin dondurucunun ön yüzeyinin eni 3 cm, boyu 5 cm olarak gösteriliyor. Gerçek boyutlarında buzdolabının ön yüzeyinin alanı 384 cm^2 **olduğuna göre derin dondurucunun ön yüzey alanının gerçekte kaç cm^2 olduğunu bulunuz.**

8. Haritada Konya ile Kayseri arası mesafe 15 cm, Nevşehir ile Sivas arası mesafe 12 cm gösterilmektedir. Konya ile Kayseri arası 300 km **olduğuna göre Nevşehir ile Sivas arası mesafenin kaç km olduğunu bulunuz.**

Ç) Aşağıdaki çoktan seçmeli soruları okuyunuz ve soruların doğru seçeneği işaretleyiniz.

9. Bir haritada iki nokta arasındaki mesafe 20 cm olarak ölçülmüştür. Bu iki nokta arasındaki mesafe gerçekte 100 km **olduğuna göre bu haritanın ölçeği aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{1\,000\,000}$ B) $\frac{1}{500\,000}$ C) $\frac{1}{250\,000}$

D) $\frac{1}{200\,000}$ E) $\frac{1}{100\,000}$

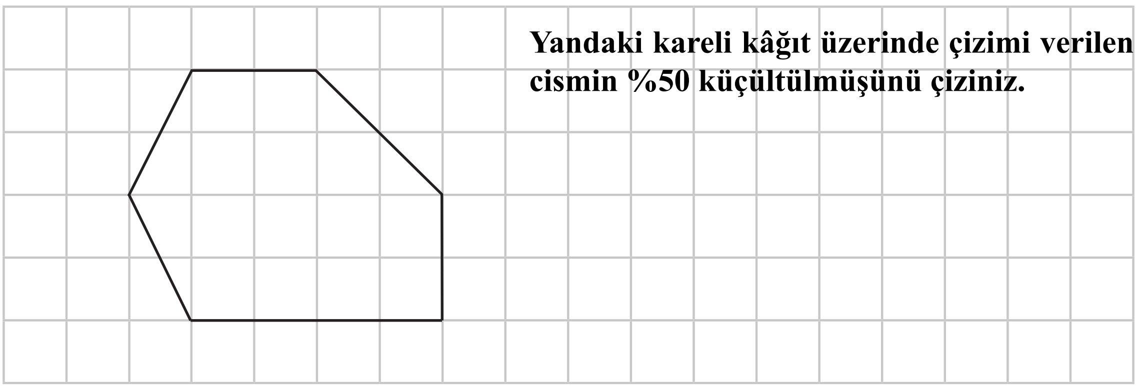
10. Hacmi 200 m³ olan bir cismin $\frac{1}{10}$ ölçeğindeki hacminin kaç m³ olduğunu bulunuz.

A) 1,5 B) 1 C) 0,2 D) 0,5 E) 0,4

11. Hacmi 1000 m³ olan dikdörtgenler prizması şeklindeki depo $\frac{1}{50}$ ölçeğindeki kutular ile doldurulmak isteniyor. **Bu depoya en fazla kaç kutu yerleştirildiğini bulunuz.**

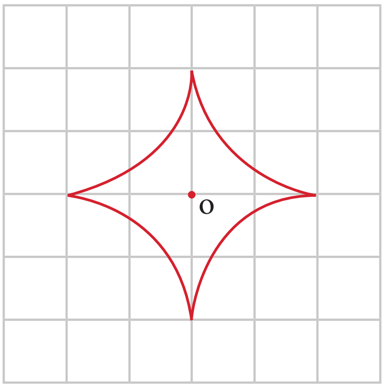
A) 95000 B) 105000 C) 115000 D) 125000 E)135000

12.

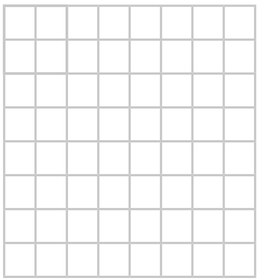


Yandaki kareli kâğıt üzerinde çizimi verilen cismin %50 küçültülmüşünü çiziniz.

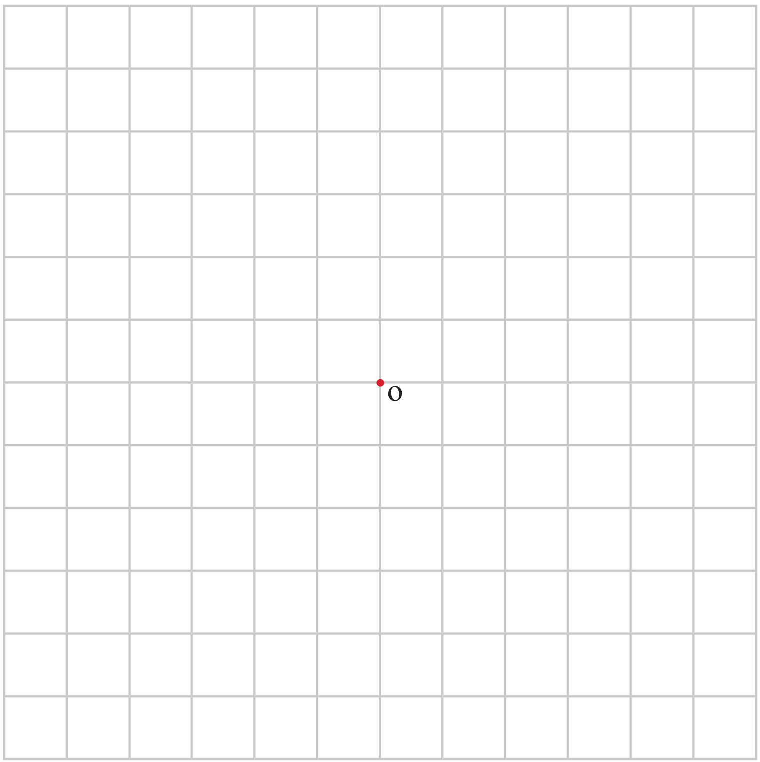
Aşağıdaki kareli kâğıt üzerinde çizimi verilen şekle göre 13 ve 14. soruları cevaplayınız.



13. Şeklin %25 oranında küçültülmüşünü verilen kareli kağıt üzerine çiziniz.

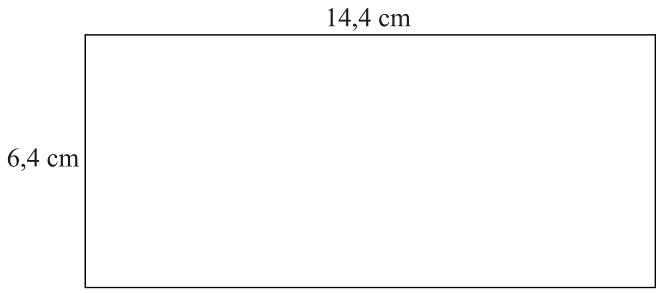


14. Şeklin kendisini, %50 küçültülmüş ve %150 büyütülmüşünü O merkezli olacak şekilde verilen kareli kağıt üzerine çiziniz.



D) Aşağıdaki soruları verilen görsele ve metne göre cevaplayınız.

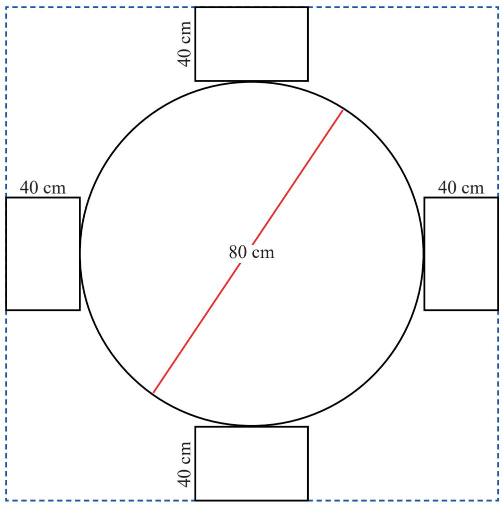
Aşağıda çizimi verilen şekle göre 15 ve 16. soruları cevaplayınız.



Eni 6,4 m boyu 14,4 m olan dikdörtgen biçimindeki bir pastanenin $\frac{1}{100}$ oranındaki şekli yukarıda verilmiştir.

15. Bu pastanenin tabanı, bir kenarı 80 cm olan kare şeklindeki fayanslarla döşenecektir. **Bu iş için kaç adet fayans gerektiğini bulunuz.**

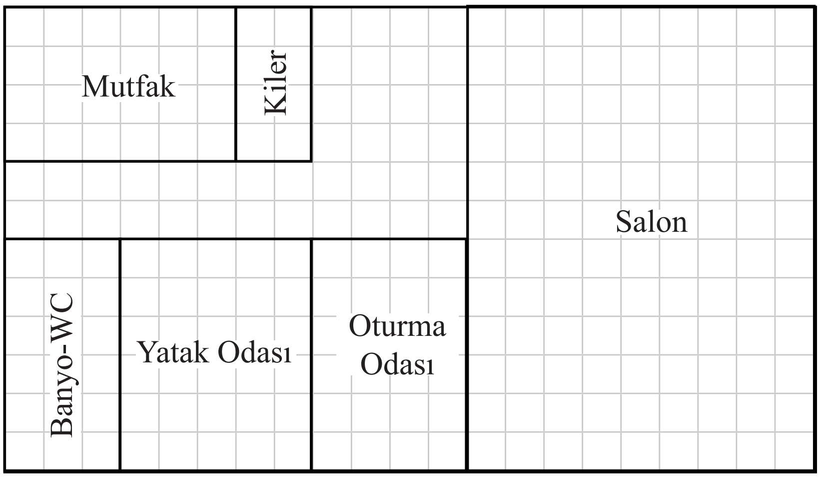
16.



Yukarıdaki şekil, bir masa ve dört sandalyeden oluşan masa takımına aittir. Pastane bu masa takımlarıyla döşenecektir. Bu iş sırasında

- Duvar kenarındaki masa takımlarının duvarla arasında 40 cm,
- Her bir masa takımının diğer takımlarla arasında 40 cm boşluk bırakılacaktır. **Buna göre bu iş için kaç masa takımının gerekli olduğunu bulunuz.**

Aşağıda kareli kâğıt üzerinde çizimi verilen krokiye göre 17, 18, 19 ve 20. soruları cevaplayınız.



Şekilde birimkareli kâğıt üzerine bir evin ölçeği $\frac{1}{100}$ olan krokisi çizilmiştir. Birimkarelerin her bir kenarı 0,5 cm dir. (Duvar kalınlığı önemsenmiyecektir.)

17. Krokisi verilen evin çevresinin gerçekte kaç metre olduğunu bulunuz.

18. Krokisi verilen evin alanının gerçekte kaç metrekare olduğunu bulunuz.

19. Metrekare fiyatı 30 TL olan parke ile salona parke döşenecektir. **Toplam maliyetin kaç lira olacağını bulunuz.**

20. Mutfak, kiler ve banyo-WC metrekare fiyatı 40 TL olan karo fayanslarla döşenecektir. **Toplam maliyetin kaç lira olacağını bulunuz.**

KATI CİSİMLER

4

4.1. KÜRE VE SİLİNDİR



4.1

KÜRE VE SİLİNDİR



NELER ÖĞRENECEKSİNİZ?

- Dik dairesel silindirin alan ve hacim bağıntılarıyla ilgili problemleri çözmeyi,
- Kürenin alan ve hacim bağıntılarıyla ilgili problemleri çözmeyi.

TERİM VE KAVRAMLAR

- Küre
- Silindir
- Taban
- Yükseklik
- Çap
- Yarıçap
- Alan
- Hacim

SEMBOL VE GÖSTERİMLER

- Derece (°)
- π
- [AB]
- |AB|

Hazırlık Çalışması



Görsel 4.1: Kuvars küresi



Görsel 4.2: Mum

1. Yukarıda resimleri verilen nesneler hangi geometrik cisimlere benzemektedir?
2. Bu cisimlerin alan ve hacimlerini bulmak için ne gibi yöntemler kullanırsınız?

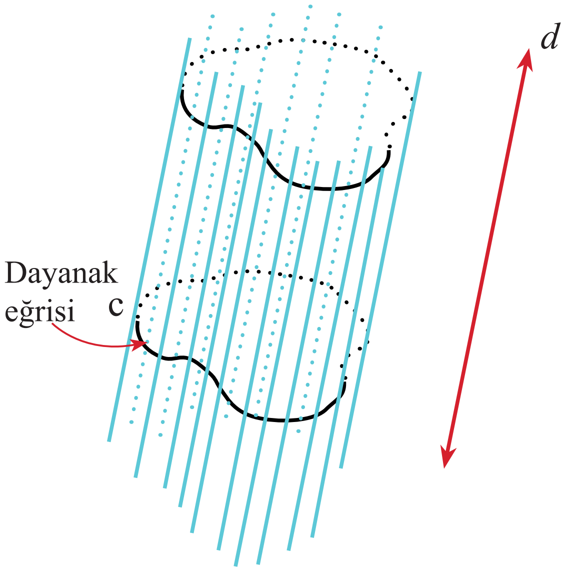
Tanım

Bir eğri ile bu eğrinin bulunduğu düzleme paralel olmayan bir d doğrusu verilmiş olsun. Bu eğriye **dayanak eğrisi**; d doğrusuna paralel olarak çizilen doğruların oluşturduğu yüzeye **silindirik yüzey**; yüzeyi oluşturan her bir doğruya **yüzeyin ana doğrusu** denir.

Dayanak eğrisinin düzlemine paralel olan iki düzlemin sınırladığı silindirik yüzey parçasına **silindir yüzeyi** denir.

Belirli bir alanı sınırlandıran ve kendini kesmeyen, dayanak eğrisine sahip olan silindir yüzeyinin sınırladığı bölgeye **silindirik bölge** ve bu bölgenin paralel iki düzlem ile sınırlı kesitine **silindir** denir.

Bu düzlemlerin sınırladığı ana doğru parçasına **silindir elemanı**; bu düzlemler arasındaki dikmeye **silindirin yüksekliği**, silindirin altında ve üstünde oluşan kesitlere **alt ve üst taban yüzeyleri**; silindirik yüzey parçasına **silindirin yanal yüzeyi** denir.

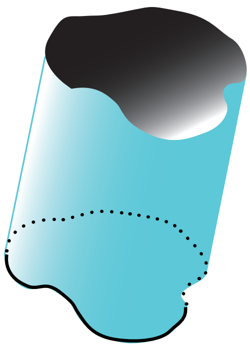


Silindirik yüzey

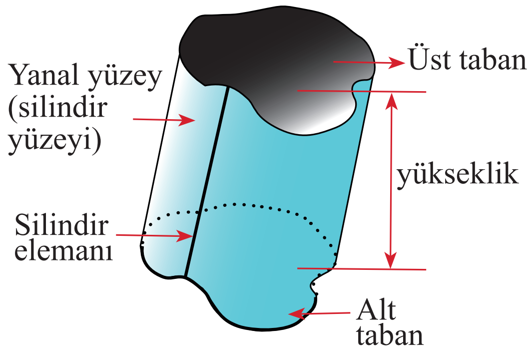


Silindirik bölge

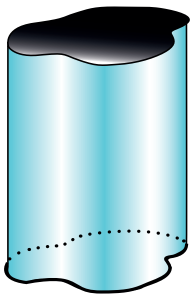
Taban yüzeylerini birleştiren doğruya **silindirin ekseni**, ana doğruları dayanak ekseninin bulunduğu düzleme dik olan silindire **dik silindir** denir.



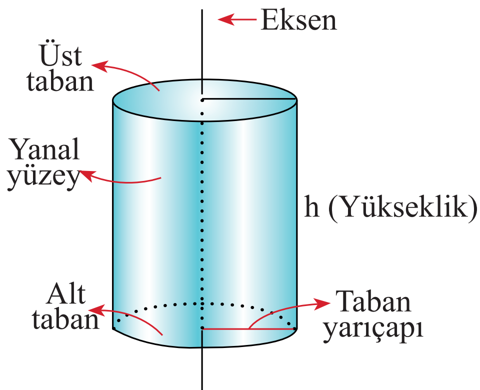
Silindirik bölgenin paralel iki düzlemle kesilmesi



Silindir



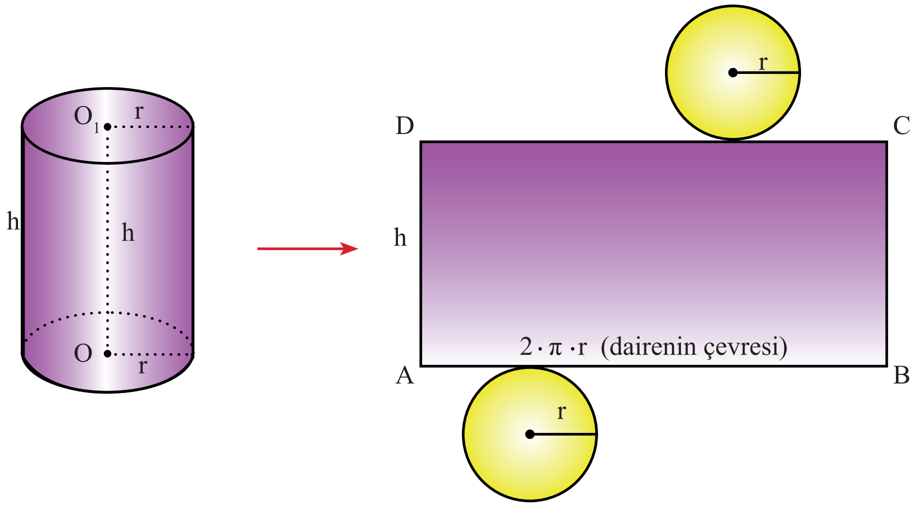
Dik silindir



Dik dairesel silindir

Alt ve üst tabanları daire olan dik silindire, **dik dairesel silindir** denir.

Dik dairesel silindir açıldığında bir dikdörtgen ve iki eş daireden oluştuğu kolayca görülebilir.



Dairenin çevresi= $2 \cdot \pi \cdot r = |AB|$

Silindirin Alanı

Yanal yüzeyi dikdörtgen, taban yüzeyleri dairedir. Dikdörtgenin daire ile temas ettiği kenarı dairenin çevresine eşittir.

$|AB| = |DC| = 2 \cdot \pi \cdot r$ ⟶ (Silindirin taban dairesinin çevresi)

$|AD| = |BC| = h$ ⟶ (Silindirin yüksekliği)

A(ABCD) = Taban Çevresi · Yükseklik ⟶ (Silindirin yanal alanı)

$= 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ olur.

Taban alanı $= \pi \cdot r^2$ ⟶ (Silindirin taban dairesinin alanı)

İki taban alanı $= 2\pi \cdot r^2$

Silindirin yüzey alanı = (iki taban alanı) + (yanal alan)

$= 2\pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

$= 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$

Örnek

Taban yarıçapı 4 cm, yüksekliği 10 cm olan dik dairesel silindirin yanal ve yüzey alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

Çözüm

Yanal alanı = $2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 10 = 80\pi\ cm^2$

Taban alanı $= \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi\ cm^2$

İki taban alanı $= 2 \cdot 16\pi = 32\pi\ cm^2$

Dik dairesel silindirin yüzey alanı = Yanal alan + İki taban alanı $= 80\pi + 32\pi = 112\pi\ cm^2$ bulunur.

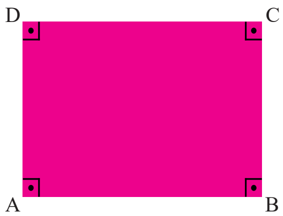
Sıra Sizde

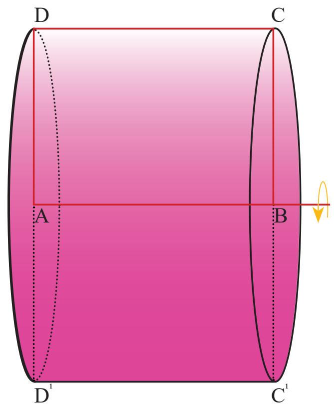
Taban yarıçapı 3 cm, yüksekliği 8 cm olan dik dairesel silindirin

a) Yanal alanını,

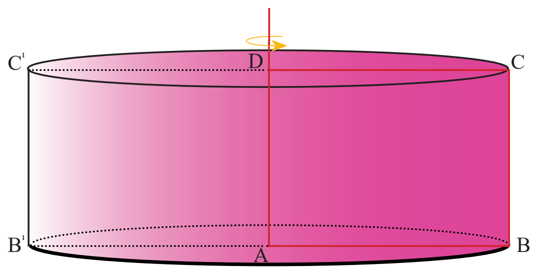
b) Yüzey alanını bulunuz.

Bir dikdörtgensel bölgenin bir kenarı etrafında $360°$ döndürülmesiyle **dik dairesel silindir** elde edilir.



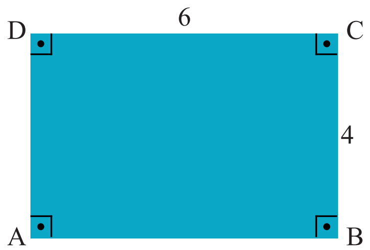


$[AB]$ etrafında $360°$ döndürme



$[AD]$ etrafında $360°$ döndürme

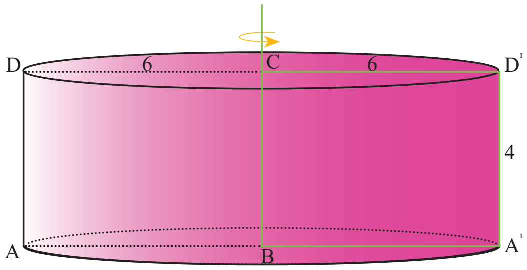
Örnek



Yukardaki şekilde verilen ABCD dikdörtgeninin $[CB]$ etrafında $360°$ döndürüldüğünde oluşan cismin yüzey alanını bulunuz.

Çözüm

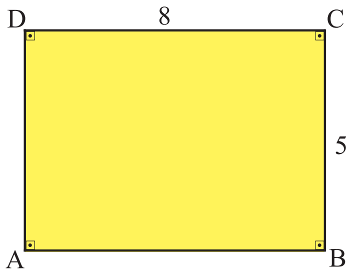
ABCD dikdörtgeni $[CB]$ etrafında döndürülse yarıçapı 6 cm, yüksekliği 4 cm olan dik dairesel silindir elde edilir.



Oluşan dik dairesel silindirin yüzey alanı

$$2\cdot\pi\cdot r^2+2\cdot\pi\cdot r\cdot h = 2\cdot\pi\cdot 6^2+2\cdot\pi\cdot 6\cdot 4$$
$$= 72\pi+48\pi$$
$$= 120\pi \text{ olarak bulunur.}$$

Sıra Sizde



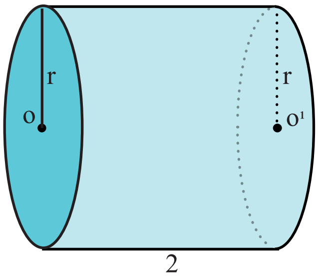
Yukardaki şekilde verilen ABCD dikdörtgeninin

a) $[CB]$ etrafında $360°$ döndürüldüğünde oluşan cismin yüzey alanını bulunuz.

b) $[AB]$ etrafında $360°$ döndürüldüğünde oluşan cismin yüzey alanını bulunuz.

Örnek

Asfalt yol yapımında kullanılan bir asfalt düzleştirme makinesinin dik dairesel silindir şeklindeki düzleştiricisinin yarıçapı 0,5 m, genişliği 2 m dir. Bu düzleştiricinin 50 tam dönüş yaptığında düzleştirdiği asfalt yüzey alanının kaç m^2 olduğunu bulunuz.



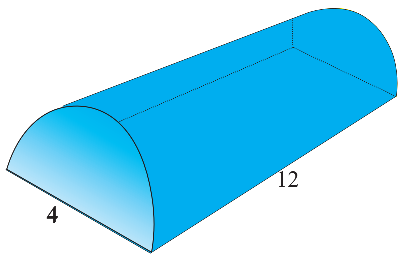
Çözüm

Silindir şeklindeki düzleştirici bir tam dönüş yaptığında yanal alanı büyüklüğünde asfaltı düzleştirir.

$$\begin{aligned}\text{Yanal alan} &= 2\cdot\pi\cdot r\cdot h\\ &= 2\cdot\pi\cdot 0{,}5\cdot 2\\ &= 2\pi\ m^2 \text{ olur.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{50 tam dönüş yaparsa} &= 50\cdot 2\pi\\ &= 100\pi\ m^2 \text{ kadar asfalt yüzey düzleştirilecektir.}\end{aligned}$$

Örnek



Yandaki şekilde verilen taban çapı 4 m ve yüksekliği 12 metre olan yarım dik dairesel silindir biçimindeki bir çadırın brandası değiştirilecektir. Bu iş için kaç m^2 branda gerektiğini bulunuz.

Çözüm

Silindirin taban yarıçapı $r = \frac{4}{2} = 2$ bulunur.

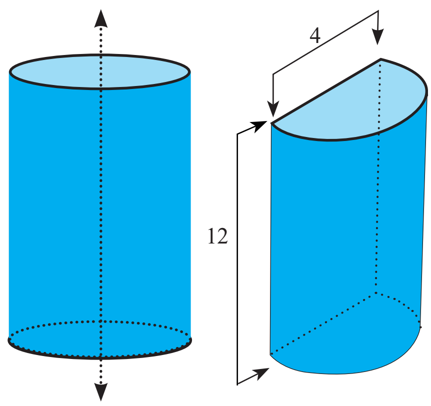
Silindirin yüksekliği h =12 m olur.
Yarım dik dairesel silindir şeklindeki çadırın yüzey alanı

$$\frac{\pi\cdot r^2}{\cancel{2}}\cdot\cancel{2} + \frac{\cancel{2}\cdot\pi\cdot r\cdot h}{\cancel{2}} = \pi\cdot r^2 + \pi\cdot r\cdot h$$

$$= \pi\cdot 2^2 + \pi\cdot 2\cdot 12$$

$$= 4\pi + 24\pi = 28\pi\ m^2$$

Kullanılacak branda miktarı $28\pi\ m^2$ dir.



Yarım dik dairesel silindir

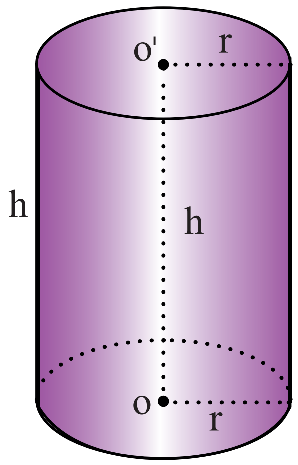
Silindirin Hacmi

Dik dairesel silindirin tabanı bir dairedir.

Dik dairesel silindirin hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

Taban yarıçapı r, yüksekliği h olan dik dairesel silindirin hacmi taban alanı ve yüksekliğinin çarpımı ile bulunur.

Silindirin Hacmi $= \pi \cdot r^2 \cdot h$



Taban alanı $= \pi \cdot r^2$
Yükseklik $= h$
Hacim $= \pi \cdot r^2 \cdot h$

Örnek

Taban yarıçapı 3 cm, yüksekliği 7 cm olan silindirin hacmini bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} \text{Hacim} &= \pi \cdot r^2 \cdot h \\ &= \pi \cdot 3^2 \cdot 7 \\ &= \pi \cdot 9 \cdot 7 \\ &= 63\pi \text{ cm}^3 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Sıra Sizde

Taban yarıçapı 4 cm, yüksekliği 10 cm olan dik dairesel silindir şeklindeki mumun hacmini bulunuz.

Örnek

Hacmi $72\pi\ m^3$ olan dik dairesel silindir biçimindeki su deposunu doldurmak isteyen bir kişinin, yarıçapı 20 cm, yüksekliği 50 cm olan dik dairesel silindir biçimindeki kovayla depoyu kaç seferde doldurabileceğini bulunuz.

Çözüm

Kovanın hacmi $= \pi \cdot r^2 \cdot h$

$= \pi \cdot 20^2 \cdot 50$

$= 20\,000\,\pi\ cm^3$

Deponun hacmi $= 72\,\pi\ m^3$

$= 72 \cdot 1\,000\,000\,\pi\ cm^3$ ⟶ ($1\ m^3 = 1\,000\,000\ cm^3$)

$= 72\,000\,000\pi\ cm^3$

Sefer sayısı $= \dfrac{72\,000\,000\pi\ cm^3}{20\,000\pi\ cm^3} = 3600$ seferde doldurulur.

Örnek

Yarıçapı 12 m, yüksekliği 15 m olan 5 katlı silindir şeklindeki bir binanın her katında bir kenarı 1 m olan kare şeklinde 12 adet pencere vardır. Bu binanın yüzeyine ısı yalıtımı yaptırmak istenmektedir. Yalıtım malzemesinin m^2 fiyatı KDV dâhil 50 TL olduğuna göre bu binanın yan yüzeyine harcanacak malzemenin tutarını bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

Çözüm

Silindir şeklindeki binanın yanal alanı

$= 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

$= 2\pi \cdot 12 \cdot 15$

$= 360\pi$ ⟶ $\pi = 3$

$= 1080\ m^2$

Bir pencerenin kapladığı alan

$1 \cdot 1 = 1\ m^2$ dir.

Binadaki pencerelerin kapladığı toplam alan

$1 \cdot 12 \cdot 5 = 60\ m^2$ olur.

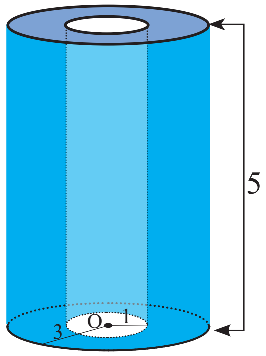
Yalıtım yapılacak yüzeyin alanı

$1080 - 60 = 1020\ m^2$ olur.

Toplam maliyet

$1020 \cdot 50 = 51\,000$ TL olur.

Örnek



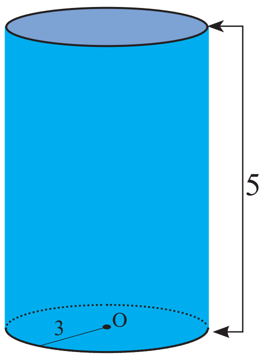
Şekildeki O merkezli dik dairesel silindir biçimindeki borunun iç yarıçapı 1 cm, dış yarıçapı 3 cm ve yüksekliği 5 cm dir. Buna göre borunun dolgu kısmının

a) Hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.

b) Alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

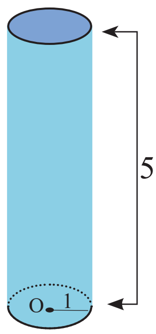
Çözüm

a) Dıştaki silindirin hacminden içteki silindirin hacmini çıkarırsak borunun kısmının hacmi bulunur.



Dıştaki silindirin hacmi

$\pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi \text{ cm}^3$



İçteki silindirin hacmi

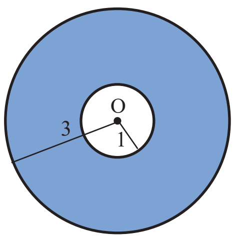
$\pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1^2 \cdot 5 = 5\pi \text{ cm}^3$

Borunun dolgu kısmının hacmi

$45\pi - 5\pi = 40\pi \text{ cm}^3$ bulunur.

b) Borunun alanı tabanlardaki daire halkalarının alanları ile içteki ve dıştaki silindirlerin yanal alanlarını toplayarak buluruz.

Tabandaki daire halkasının alanı



$\pi \cdot 3^2 - \pi \cdot 1^2 = 8\pi \text{ cm}^2$ bu halkadan 2 tane olduğundan taban ve tavandaki toplam alan

$2 \cdot 8\pi = 16\pi \text{ cm}^2$ bulunur.

İçteki silindirin yanal alanı

$2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 5 = 10\pi \text{ cm}^2$

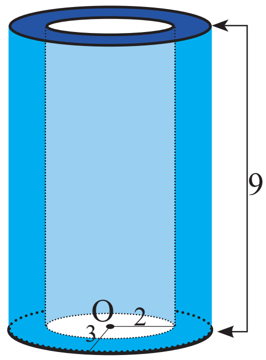
Dıştaki silindirin yanal alanı

$2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 5 = 30\pi \text{ cm}^2$

Borunun toplam yüzey alanı

$16\pi + 10\pi + 30\pi = 56\pi \text{ cm}^2$ bulunur.

Örnek



Şekildeki O merkezli küçük silindirin taban yarıçapı 2 cm ve büyük silindirin taban yarıçapı 3 cm dir. Yükseklikleri aynı olup 9 cm dir. Küçük silindir tamamen su ile doluyken küçük silindirin tabanına en yakın bir noktadan delik açılıp seviyeler eşitlenene kadar suyun aradaki boşluğa dolması sağlanıyor. **Buna göre suyun son yüksekliğinin kaç cm olduğunu bulunuz.**

Çözüm

Su seviyeleri eşitlenene kadar suyun aradaki boşluğa dolması sağlandığında su seviyesi h yüksekliğine kadar iner. Silindirin içindeki suyun hacmi değişmeyeceğinden ilk durumdaki suyun hacmini son durumdaki suyun hacmine eşitlersek

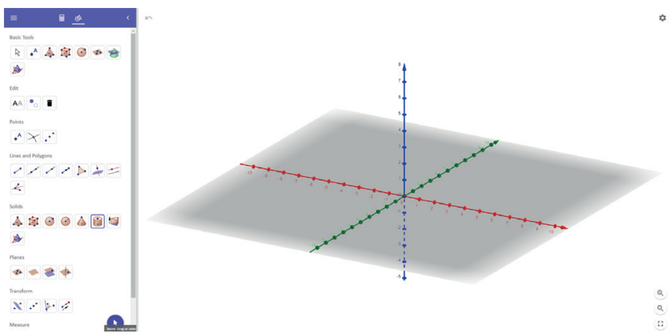
$$3^2 \cdot \pi \cdot h = 2^2 \cdot \pi \cdot 9$$

$h = 4$ cm bulunur.

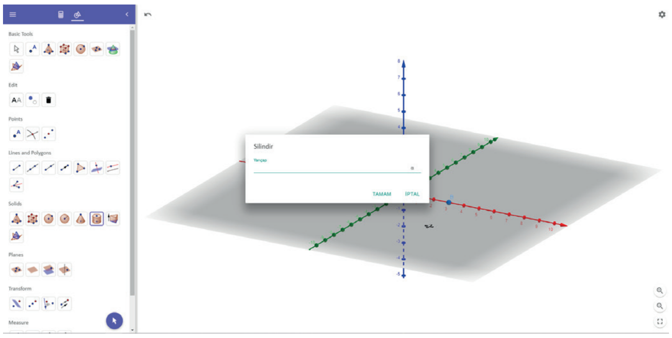
Teknoloji Uygulaması

Bilgisayar veya tabletinize GeoGebra 3D Grafik uygulamasını indiriniz. Uygulamayı açtıktan sonra aşağıdaki adımları takip ederek silindirin hacmini bulabilirsiniz.

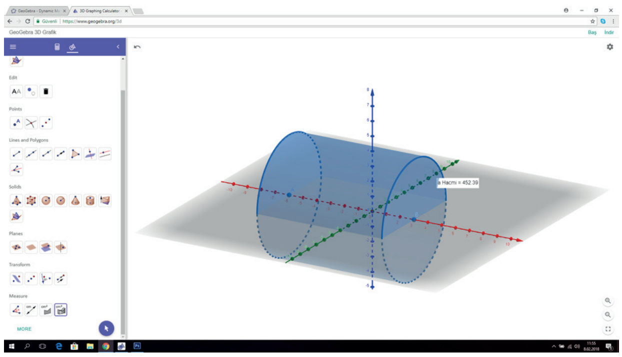
1. adım: Ekranın sol tarafında bulunan silindir ikonuna ( ) tıklayınız. Silindirin taban merkezlerinin koordinatlarını koordinat sisteminde işaretleyiniz.



2. adım: Çıkan ekranda yarıçap uzunluğunu giriniz ve tamam sekmesini tıklayınız. Böylece silindir meydana getirilmiş olunur.

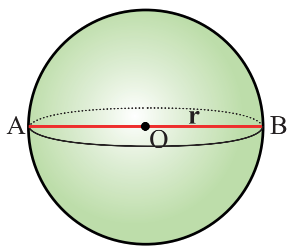


3. adım: Ekranın sol tarafındaki hacim ikonuna (cm³) tıklayınız. Çizilen silindirin üzerine tıklandığında silindirin hacmi bulunur.



Tanım

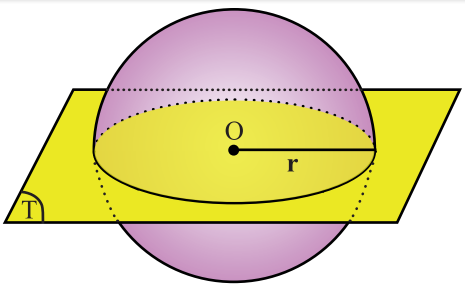
Uzayda sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların kümesine **küre yüzeyi**, alınan sabit noktaya **kürenin merkezi**, eşit uzaklığa **kürenin yarıçapı**, küre yüzeyinin sınırladığı cisme **küre** denir.



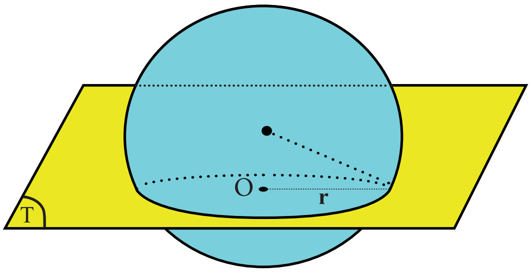
$|AB|$ = Kürenin çapı

$|OB|$ = r = Kürenin yarıçapı

Küre yüzeyinin kürenin merkezinden geçen bir düzlem ile arakesitine, bu **kürenin bir büyük çemberi** denir.

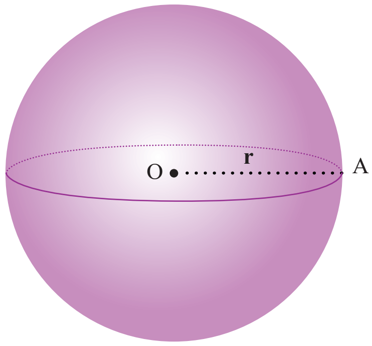


T düzlemi ile küre yüzeyinin arakesiti O merkezli, r yarıçaplı çember, T düzlemi kürenin ara kesiti ise O merkezli r yarıçaplı dairedir.



Kürenin Alanı

O merkezli kürenin yüzey alanı $4 \cdot \pi \cdot r^2$ formülü ile hesaplanır.



Örnek

Yarıçap uzunluğu 4 cm olan kürenin yüzey alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} \text{Alan} &= 4 \cdot \pi \cdot r^2 \\ &= 4 \cdot \pi \cdot 4^2 \\ &= 64\pi \ \text{cm}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Sıra Sizde

Yarıçapı 12 cm olan kürenin alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

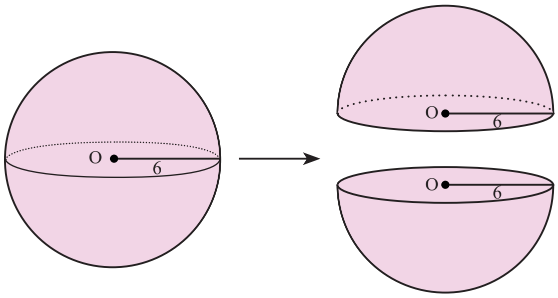
Araştırma

Çevrenizde Türk-İslam mimarisinde kullanılan silindirik ve küresel yapıları araştırınız. Bir sunu hazırlayıp etkileşimli tahta ile arkadaşlarınıza sununuz.

Örnek

Çapı 12 cm olan yarım kürenin yüzey alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

Çözüm



Şekilde görüldüğü gibi yarım kürenin alanı yarım küre yüzeyi ile bir dairenin alanının toplamından oluşmaktadır.
Yarım küre yüzeyi küre yüzey alanının yarısıdır. Buna göre

Yarım kürenin yüzey alanı $= \dfrac{4 \cdot \pi \cdot r^2}{2} = 2 \cdot \pi \cdot r^2$

Dairenin alanı $= \pi \cdot r^2$

Yarım küre alanı $= 2 \cdot \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r^2$

$= 3 \cdot \pi \cdot r^2$

$= 3 \cdot \pi \cdot 6^2$

$= 108\pi \ cm^2$ bulunur.

Örnek

Yarıçapı 0,8 cm olan 2500 adet ahşap küre boyanacaktır. 1 cm^2 alan için boyama maliyeti 20 kuruş olduğuna göre bu kürelerin tamamının boyanması için kaç TL gerektiğini bulunuz ($\pi = 3$ alınız).

Çözüm

Ahşap kürenin yüzey alanı $4 \cdot \pi \cdot r^2$ bağıntısından bulunur.

$4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot (0,8)^2$

$= 4 \cdot 3 \cdot \left(\dfrac{4}{5}\right)^2$

$= 4 \cdot 3 \cdot \dfrac{16}{25}$

$= \dfrac{192}{25} \ cm^2$

2500 adet ahşap kürenin toplam yüzey alanı

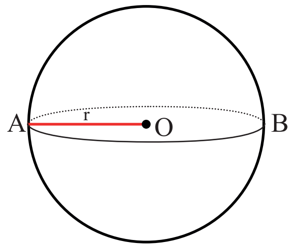
$2500 \cdot \dfrac{192}{25} = 19\,200 \, cm^2$

2500 adet ahşap kürenin toplam boyama maliyeti

$19\ 200 \cdot 20 = 384\ 000$ kuruş $= 3840$ TL

Kürenin Hacmi

r yarıçaplı kürenin hacmi; $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ formülü ile bulunur.



Örnek

Çapı 8 cm olan kürenin hacmini bulunuz.

Çözüm

Çapı 8 cm olan kürenin yarıçapı 4 cm olur.

$$\text{Kürenin hacmi} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4^3$$

$$= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 64$$

$$= \frac{256 \cdot \pi}{3} \text{ cm}^3 \text{ bulunur.}$$

Sıra Sizde

a) Yarıçapı 12 cm olan kürenin hacmini bulunuz.

Örnek

Yarıçapı 16 m olan yarım küre şeklindeki bir cami kubbesinin dış yüzeyi kurşun levhalarla kaplanacaktır. Levhalar plaka şeklinde olup bir plaka 2 m^2 lik bir alanı hiç boşluk kalmayacak şekilde kaplamaktadır. Levhaların adet fiyatı 20 TL olduğuna göre

a) Kubbeyi kaplayabilmek için kaç adet plaka gerektiğini bulunuz.
b) Kaplama işinin toplam maliyetinin kaç TL olduğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınız).

Çözüm

a) Yarım kürenin yüzey alanı

$$\frac{4 \cdot \pi \cdot r^2}{2} = 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

$2 \cdot 3 \cdot 16^2 = 1536$ m^2 olur.

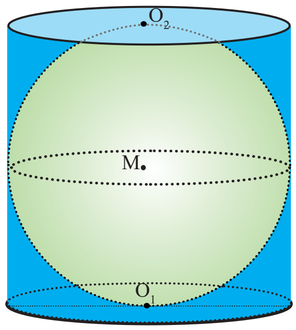
$$\text{Levha adedi} = \frac{1536}{2}$$

$= 768$ adet bulunur.

b) Toplam maliyet

$768 \cdot 20 = 15\ 360$ TL bulunur.

Örnek



Yukarıdaki şekilde yüksekliği 12 cm olan dik dairesel silindirin içine silindirin taban merkezlerine ve yan yüzeyine teğet olacak şekilde bir küre yerleştiriliyor.
Kürenin hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.

Çözüm

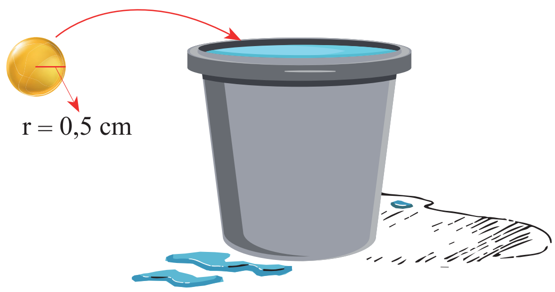
Şekildeki silindirin yüksekliği yerleştirilen kürenin çapı olur. Kürenin çapı r olsun
$2 \cdot r = 12$ olduğundan $r = 6$ bulunur.

Kürenin hacmi $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6^3$

$= 288\pi$ bulunur.

Örnek

Yarıçapı 0,5 cm olan özdeş bilyeler tamamen su ile dolu olan bir kaba atıldığında, $10 \cdot \pi$ cm^3 suyun taştığı görülmüştür. Su dolu kaba kaç bilye atıldığını bulunuz.



Çözüm

Bir bilyenin hacmi $= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$ cm^3

$= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \frac{1}{8} = \frac{\pi}{6}$ cm^3 bulunur.

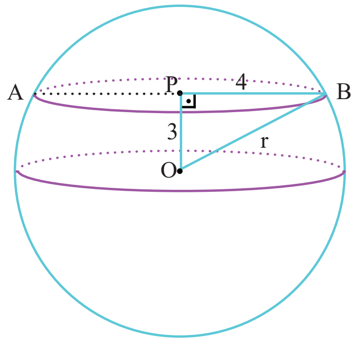
Bilye sayısını bulmak için taşan suyun hacminin bir bilyenin hacmine bölünmesi gerekir. Bu durumda
Taşan suyun hacmi $= 10 \cdot \pi$ cm^3 ve

Bir bilyenin hacmi $= \frac{\pi}{6}$ cm^3 olduğundan

Su dolu kaba atılan bilye sayısı $= \dfrac{10\pi}{\frac{\pi}{6}} = 60$ adettir.

Örnek

Bir kürenin merkezinden 3 cm uzaklıkta bir düzlemle kesilmesi sonucunda oluşan dairenin çapı 8 cm dir. Kürenin kesilmeden önceki hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.



Küre şekildeki gibi kesildiğinde oluşan dairenin çapı $|AB| = 8$ cm, yarıçapı $|AP| = |PB| = 4$ cm ve $|OP| = 3$ cm olacaktır. Kürenin yarıçapı r olsun.

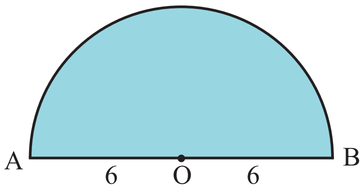
Pisagor bağıntısından $r^2 = 3^2 + 4^2$

$r^2 = 25$ ise $r = 5$ cm olur.

Hacim ise $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 5^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 125$

$= \frac{500}{3}\pi \text{ cm}^3$ bulunur.

Örnek



Şekilde yarıçapı 6 cm olan yarım daire $[AB]$ etrafında 360° döndürülürse oluşan cismin

a) Hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.

b) Yüzey alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

Çözüm

a) Bu işlem sonucunda oluşan cisim 6 cm yarıçaplı bir küredir.

Kürenin hacmi $= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6^3$

$= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 216$

$= 4 \cdot \pi \cdot 72$

$= 288\pi \text{ cm}^3$

b) Kürenin alanı $= 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 6^2$

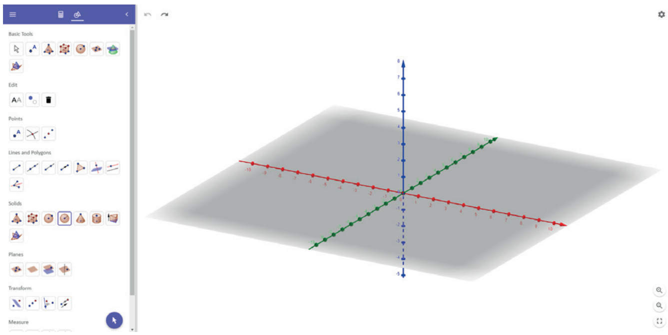
$= 4 \cdot \pi \cdot 36$

$= 144\pi \text{ cm}^2$

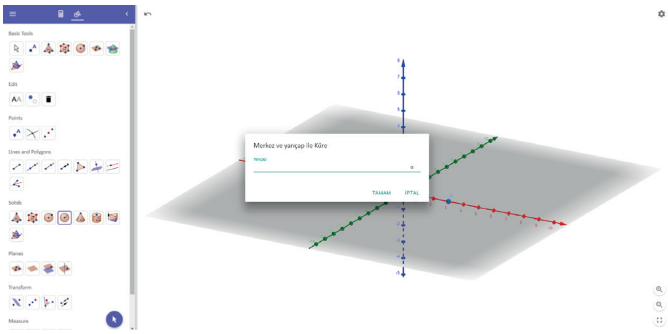
@ Teknoloji Uygulaması

Bilgisayar veya tabletinize GeoGebra 3D Grafik uygulamasını kurunuz. Uygulamayı açtıktan sonra aşağıdaki adımları takip ederek belirlediğiniz kürenin hacmini bulabilirsiniz.

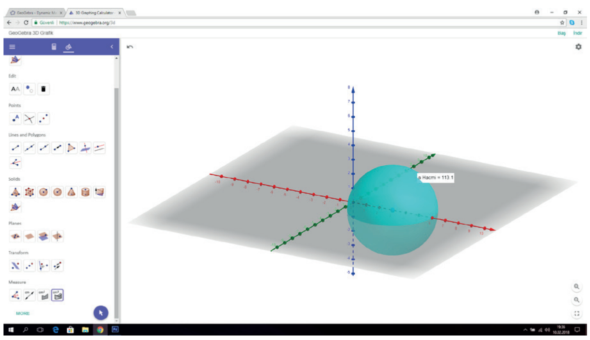
1. Adım: Ekranın sol tarafında bulunan merkezi ve yarıçapı bilinen küre ikonuna ( ) tıklayınız. Kürenin merkezinin koordinatlarını koordinat sisteminde işaretleyiniz.



2. Adım: İşaretledikten sonra çıkan ekranda yarıçap uzunluğunu giriniz ve tamam sekmesini tıklayınız. Böylece küre meydana getirilmiş olur.



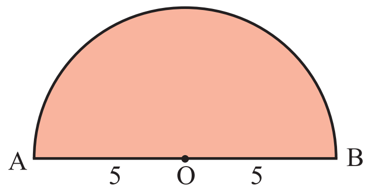
3. Adım: Ekranın sol tarafındaki hacim ikonuna ( ) tıklayınız. Çizilen kürenin üzerine tıklandığında kürenin hacmi bulunur.



ALIŞTIRMALAR

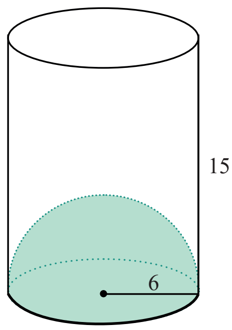
1. Taban çapı 12 cm, yüksekliği 8 cm olan dik dairesel silindir biçimindeki metal cisim eritilerek küre biçiminde cisim elde ediliyor. **Elde edilen kürenin yarıçapının kaç santimetre olduğunu bulunuz.**

2.



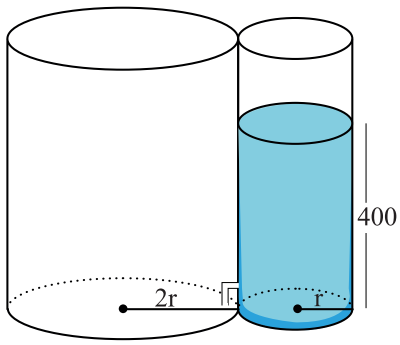
Şekilde yarıçapı 5 cm olan yarım daire çapı etrafında 180° döndürüldüğünde **oluşan cismin hacmini bulunuz.**

3.



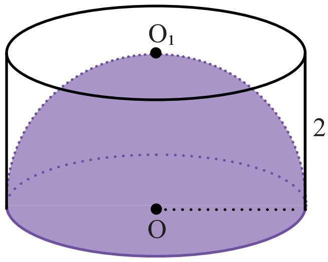
Şekilde verilen dik silindir biçimindeki ahşap kütlenin alt kısmından yarım küre şeklindeki parça oyulup alınacaktır. Silindirin taban yarıçapı 6 cm, yüksekliği 15 cm **olduğuna göre kalan cismin yüzey alanını bulunuz.**

4.



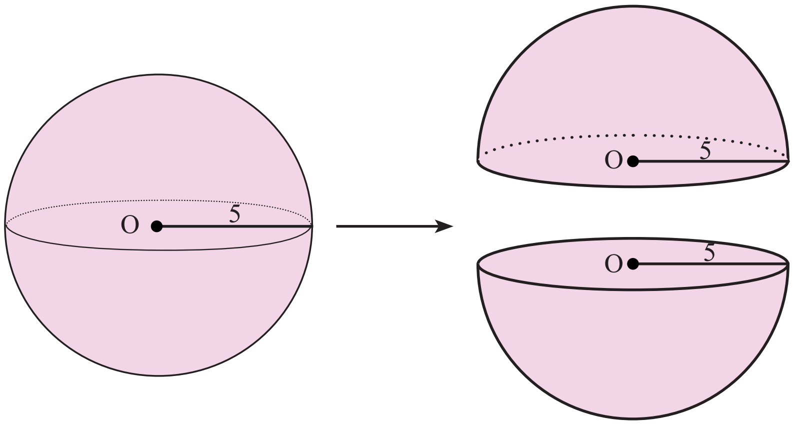
Birinin taban yarıçapı diğerinin taban yarıçapının iki katı olan silindir biçimindeki üstü açık iki kap şekildeki gibi birbirine teğettir. Küçük silindirin içinde 400 cm yüksekliğinde su bulunmaktadır. Silindirlerin arasında tabana yakın bir yerdeki teğet noktasından açılan bir delikten su seviyeleri eşitlenene kadar suyun büyük silindire geçmesi sağlanıyor. **Son durumda büyük silindirdeki su yüksekliğinin kaç cm olduğunu bulunuz.**

5.



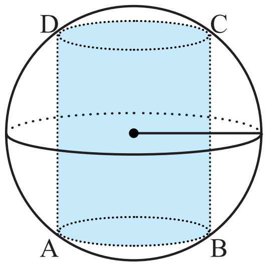
Şekilde yüksekliği 2 cm olan dik dairesel silindirin üst tabanına O_1 noktasında teğet olan yarım küre yerleştirilmiştir. **Silindirin hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.**

6.



Yarıçapı 5 cm olan içi dolu küre yukardaki şekilde olduğu gibi iki eş parçaya ayrılıyor. Bu parçalardan **birinin yüzey alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.**

7.



Şekildeki 10 cm yarıçaplı kürenin içine küre yüzeyine A, B, C ve D noktalarında teğet olan silindir yerleştirilmiştir. **Silindirin yüksekliği 12 cm ise hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.**

8. Kısa kenarı 2 cm uzun kenarı 5 cm olan bir dikdörtgen kısa kenarı etrafında 360^o döndürüldüğünde **oluşan cismin hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.**

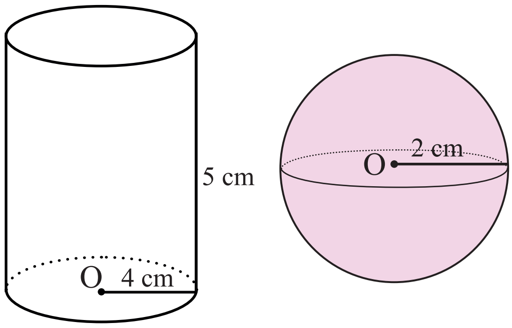
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 4.1.

A) Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere uygun ifadeleri yazınız.

1. Dik dairesel silindirin alt ve üst tabanları her zaman birbirine ………….........
2. Dik dairesel silindirin alt ve üst tabanları arasındaki uzaklığa silindirin ………... denir.
3. Bir dikdörtgenin bir kenarı etrafında 360° döndürülmesiyle ……….…… oluşur.
4. Taban yarıçapı r, yüksekliği h olan dik dairesel silindirin yanal alanı…………….. ve hacmi …………. formülleriyle hesaplanır.
5. Yarıçapı r olan kürenin hacmi ……………. ve alanı ……………….formülleriyle hesaplanır.
6. Bir yarım dairenin çapı etrafında bir tam tur döndürülmesiyle ………….….. oluşur.

B) Aşağıda numaralar ile verilen ifadeleri, harf ile verilen ifadelerle eşleştiriniz.

7.



1	Şekilde verilen silindirin cm² cinsinden yanal alanı
2	Şekilde verilen silindirin cm² cinsinden yüzey alanı
3	Şekilde verilen silindirin cm³ cinsinden hacmi
4	Şekilde verilen kürenin cm² cinsinden yüzey alanı
5	Şekilde verilen kürenin cm³ cinsinden hacmi

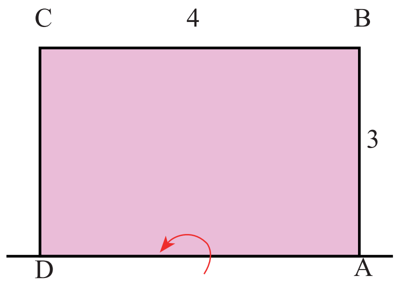
a	72π
b	16π
c	48π
ç	80π
d	$\frac{32\pi}{3}$
e	40π

1	
2	
3	
4	
5	

C) Aşağıdaki açık uçlu soruların cevabını ilgili alana yazınız.

8. **Yanal alanı 48π cm² ve yüksekliği 6 cm olan dik dairesel silindirin hacminin kaç cm³ olduğunu bulunuz.**

9.



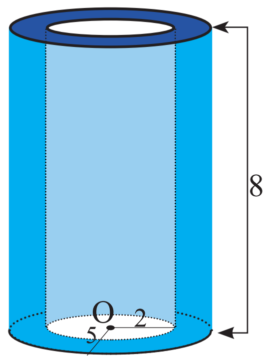
ABCD bir dikdörtgen $|AB| = 3$ cm, $|BC| = 4$ cm dir. ABCD dikdörtgeni $[AD]$ etrafında 360° döndürülüyor. Bu dönme sonucunda meydana gelen cismin

a) Toplam alanını bulunuz.

b) Hacmini bulunuz.

10. Küre biçimindeki bilyelerin yarıçapları sırayla 2, 3 ve 5 sayıları ile orantılı olduğuna göre hacimlerinin sırasıyla hangi sayılarla orantılı olduğunu bulunuz.

11.



Yukarıdaki şekilde verilen dik dairesel silindir biçimindeki borunun iç yarıçapı 2 cm, dış yarıçapı 5 cm ve yüksekliği 8 cm dir. Buna göre borunun dolgu kısmının

a) Hacmini bulunuz.

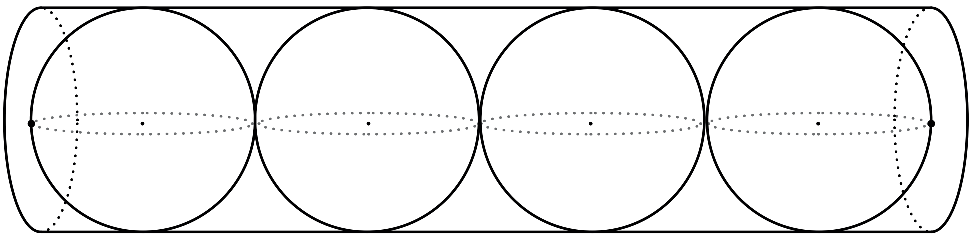
b) Alanını bulunuz.

12. Sokak hayvanlarının su içmesi için yapılmış olan yarım silindir biçimindeki sulukların her birinin çapı 40 cm ve uzunluğu 1 m dir. **Bu suluklardan 10 tanesinin tamamen su ile doldurulabilmesi için toplam kaç m^3 suya ihtiyaç olduğunu bulunuz.**

13. Yüksekliği 10 m, taban yarıçapı 2 m olan dik silindir biçimindeki tankerin vanası saatte $8\pi\ m^3$ su boşaltmaktadır. **Tamamen su dolu olan bu tankerin kaç saatte boşalacağını bulunuz.**

Ç) Aşağıdaki çoktan seçmeli soruları okuyunuz ve soruların doğru seçeneği işaretleyiniz.

14.



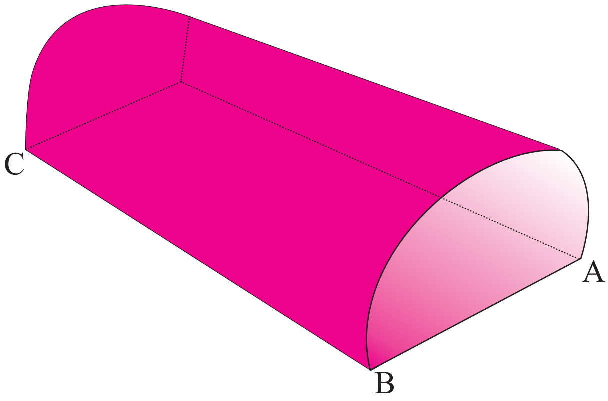
Şekildeki dik silindirin içine silindirin tabanlarına, yan yüzeylerine ve birbirine teğet olacak şekilde dört eş küre yan yana konuluyor. Silindirin hacmi $192\pi\ cm^3$ olduğuna göre **kürelerden birinin hacmi kaç cm^3 olur?**

A) 32π B) 28π C) 24π D) 20π E) 18π

15. Yarıçapı 3 cm olan küre biçimindeki demir bilyeler eritilerek taban yarıçapı 30 cm ve yüksekliği 15 cm olan dik dairesel silindir biçimindeki kazanın içine dökülecektir. **Buna göre kazanın tamamen dolması için kaç adet bilye eritilip dökülmelidir?**

A) 350 B) 375 C) 400 D) 425 E) 450

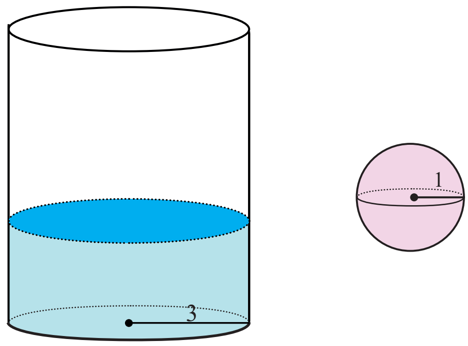
16.



Yukarıdaki verilen yarım silindir şeklindeki çadırın tabanı dahil tüm yüzeyleri kumaşla kaplanacaktır. $|AB| = 8$ m, $|CB| = 12$ m **olduğuna göre kullanılan kumaş kaç metrekaredir?** ($\pi = 3$ alınız.)

A) 92 B) 112 C) 144 D) 192 E) 288

17.



Yukardaki şekilde verilen taban yarıçapı 3 cm olan silindir içinde bir miktar su vardır. **Yarıçapı 1 cm olan küre şeklindeki demir bir bilye silindirin içindeki suya tamamen battığında suyun yüksekliği kaç cm artar?**

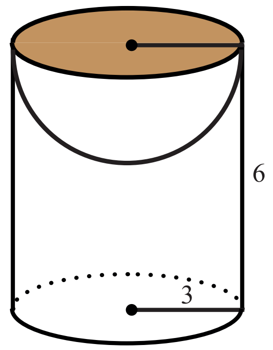
A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{4}{27}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{2}{81}$

18. $|AB| = 4$ **cm olmak üzere uzayda** $[AB]$ **na uzaklığı 1 cm olan noktaların oluşturduğu yüzey ile sınırlandırılmış cismin alanı kaç** cm^2 **olur ?**

A) 6π B) 8π C) 10π D) 12π E) 14π

D) Aşağıdaki soruları verilen görsele ve metne göre cevaplayınız.

Aşağıda çizimi verilen cisme göre 19 ve 20. soruları cevaplayınız.



Yarıçapı 3 cm, yüksekliği 6 cm olan silindir şeklindeki bir kütük şekildeki gibi üst tarafından yarım küre şeklinde oyulup yeni cisim elde ediliyor.

19. Buna göre oluşan cismin alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

20. Buna göre oluşan cismin hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.

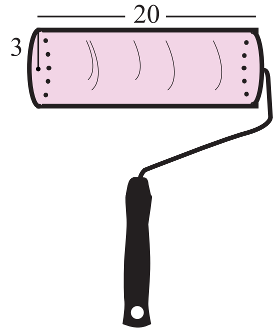
21 ve 22. soruları aşağıda verilen bilgilere göre cevaplayınız.

Yarıçapı 10 cm, yüksekliği 50 cm olan silindir biçimindeki özdeş dondurma kaplarında 4 çeşit dondurma bulunmaktadır. Dondurmacı bu dondurmaları yarıçapı 2 cm olan yarım küre şeklindeki dondurma kaşıkları ile satmaktadır.

21. Her bir müşteri 6 kepçe aldığında dondurmaların kaçıncı müşteride tükeneceğini bulunuz.

22. Elektriğin kesilmesi nedeniyle tüm dondurmalar eriyor. Erimiş hâldeki dondurmalar yarıçapı 4 cm, yüksekliği 10 cm olan dik dairesel silindir şeklindeki kaplara doldurulmak isteniyor. **Toplam kaç kaba ihtiyaç olacağını bulunuz (Dondurmalar eridiğince hacmindeki değişikliği dikkate almayınız.).**

23, 24, 25 ve 26. soruları aşağıda verilen bilgilere göre cevaplayınız.



Bir usta, yarıçapı 3 cm ve genişliği 20 cm olan rulo ile boyama yapmaktadır. Bir kutu boya ile 18 m^2 lik alan boyanmaktadır. Bir kutu boyanın maliyeti 100 TL dir ($\pi = 3$ alınız.). Buna göre,

23. Ruloyu bir tur döndürdüğünde kaç cm^2 lik alanın boyandığını bulunuz.

24. Evi boyamak için toplam 800 liralık boya harcandıysa rulonun kaç tur döndürüldüğünü bulunuz.

25. Odayı boyamak için rulo 1000 tur atıyorsa kaç kutu boya gerektiğini bulunuz.

26. Rulo odayı boyamak için 500 tur atıyorsa harcanan boyanın maliyetinin kaç lira olduğunu bulunuz.

CEVAP ANAHTARI

ALIŞTIRMALAR (ÜSLÜ İFADELER)

1. -1

2. $-a^{11}$

3. 3

4. $81a^2$

5. 4

6. 5

7. 5

8. $a > c > b$

9. $\left(\frac{14}{5}, \infty\right)$

10. $ÇK = \{1, 3\}$

ALIŞTIRMALAR (KÖKLÜ İFADELER)

1. 3

2. 19

3. -1

4. $5-\sqrt{5}$

5. $\frac{2}{3}$

6. $2y-2x$

7. 2

8. $b < c < a$

9. -17

10. $6\sqrt{3}$

ALIŞTIRMALAR (BİLİNÇLİ TÜKETİCİ ARİTMETİĞİ)

1. 0,8 TL

2. 520

3. %4

4. 1200

5. %10

6. 11 250

7. 300

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 1.A.

1. 1'e

2. Negatif

3. Toplanır

4.

1	2	3	4	5	6	7
e	c	a	f	d	ç	g

5. 11

6. $x = 4,\ y = 1$

7. $a^3 \cdot b^2$

8. $[3, 7]$

9. $7+4\sqrt{3}$

10. 4

11. E

12. B

13. E

14. C

15. C

16. A

17. A

18. B

19. B

20. A

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 1.B.

1. Enflasyon

2. Vade

3. Yatırım

4.

1	2	3	4
c	ç	e	d

5.

a	b	c
3575	2000	5000

6. 124,8

7. 2. tarife

8. LPG li otomobil

9.

a	b	c	ç
A aracı	B aracı	15 900	35 000

10. C

11. A

12. B

13. E

14. D

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 1.C.

1. Küçülür.

2. Tabanları da

3. Parite

4.

1	2	3	4	5
c	a	d	b	ç

5. 2200

6. 200

7. -16

8. 5

9. 6

10. E

11. C

12. C

13. C

14. C

15. A

16. D

17. C

18. D

19. E

20. D

21. 45

22. 94

23. 2024

24. $\frac{90}{13}$

25. 38

26. 483 000

27. 2406,25

28. 43 470

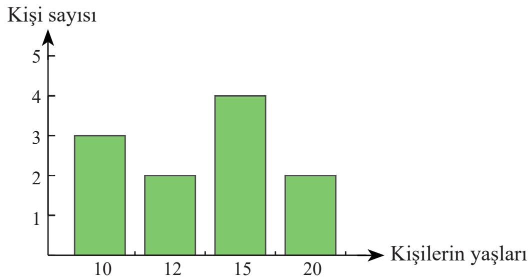
29. 352,19

ALIŞTIRMALAR (VERİ)

1. 5

2. a) 14

b)



3. 10

4. 24

5. 800

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 2.1.

1. Veri

2. TÜİK

3. İstatistik

4. Grafik

5. Mülakat

6. Çizgi grafiği

7.

1	2	3	4	5	6
c	g	b	f	ç	d

8. **a)** 200 **b)** %60

9. 4000

10. %60

11. E

12. C

13. E

14. $\frac{12}{19}$

15. $\frac{1}{5}$

16. $\frac{300}{11}$

17. %50

18. 12

19. 12

20. 3

21. $\frac{50}{3}$

22. C

23. Aralık C

24. Şubat B

25. 114 206,4

ALIŞTIRMALAR (ÖLÇME)

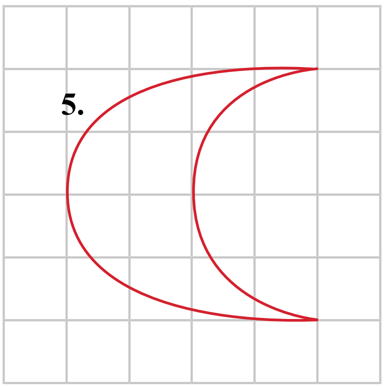
1. 30π

2. 120

3. 1000

4. 48

5.



ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 3.1.

1. Ölçme

2. Ölçek

3. $\frac{1}{50}$

4. 15

5.

1	2	3	4
c	a	d	b

6. 320

7. 240

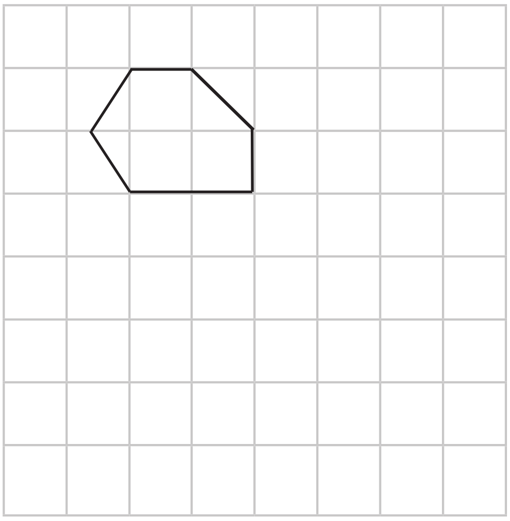
8. 240

9. B

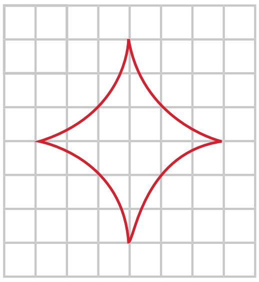
10. C

11. D

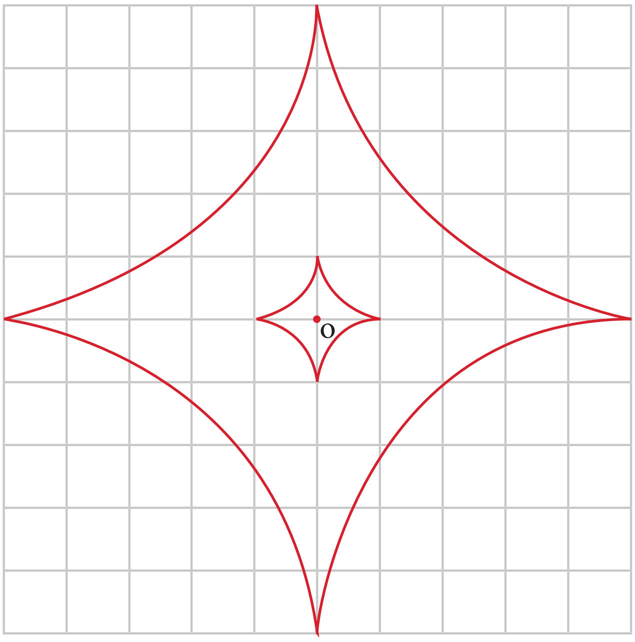
12.



13.



14.



15. 144

16. 21

17. 33

18. 63

19. 810

20. 500

ALIŞTIRMALAR (KATI CİSİMLER)

1. 6

2. $\frac{250\pi}{3}$

3. 288π

4. 80

5. 8π

6. 75π

7. 768π

8. 50π

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 4.1.

1. Paraleldir

2. Yükseklik

3. Silindir

4. $2\pi rh$, $\pi r^2 h$

5. $\frac{4}{3}\pi r^3$, $4\pi r^2$

6. Küre

7.

1	2	3	4	5
e	a	ç	b	d

8. 96π

9. a) 42π
b) 36π

10. 8,27,125

11. a) 168π
b) 154π

12. $0,2\pi$

13. 5

14. A

15. B

16. E

17. C

18. D

19. 63π

20. 36π

21. 625

22. 125

23. 360

24. 4000

25. 2

26. 100

SÖZLÜK

A

Açı : **1.** Ortak başlangıç noktasına sahip iki ışının bileşimi. **2.** Bir açının ölçüsü için kullanılan kısa ad.

Alan : Bir şeyin iki boyutlu düzlemde kapladığı yer.

Aritmetik ortalama : Bir veri grubundaki sayıların toplamının veri sayısına bölünmesi ile elde edilen değer.

B

Birim : Bir niceliği ölçmek için kendi cinsinden örnek seçilen değişmez parça.

Birimkare : Bir kenar uzunluğu 1 birim olan kare.

Bütçe : **1.** Devletin gelecek dönem içinde elde edeceği gelirlerle, yapacağı giderleri bir arada gösteren belge. **2.** İşletmelerin gelecekte belirli bir dönemde gerçekleşmesini öngördükleri gelir ve giderlerin karşılıklı tahminlerini içeren cetvel.

C

Cebir : Gerçek sayılarla bunların yerini tutan harfler yardımıyla nicelikler arasında genel bağlantılar kuran matematik alt branşı.

Ç

Çember : Düzlemde sabit bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesi.

Çözüm kümesi : Denklemi ya da eşitsizliği sağlayan değerlerin kümesi.

D

Derece : **1.** Açı birimi. **2.** Bir çemberin çevresi 360 eşit parçaya bölünürse her bir parçayı gören merkez açının ölçüsü.

Düzlem : Uzayda bulunan bir doğrunun yön değiştirmeden ve kendi doğrultusunda olmayan hareketiyle meydana getireceği kabul edilen yüzeyler.

E

Eğim : Düzlemde bir doğrunun x ekseni ile pozitif yönde yaptığı açının tanjantı.

F

Fosil : Taş ya da kayaların içerisinde rastlanan taşlaşmış, canlı ya da canlı parçaları.

G

Grafik : Değişkenler arasındaki ilişkiyi göstermeye yarayan çizgisel anlatım şekli.

H

Hacim : Bir cismin uzayda doldurduğu boşluk.

K

Kroki : Bir nesnenin başlıca özelliklerini yansıtacak biçimde hazırlanmış taslağı.

Kuş bakışı : Yüksek bir yerden aşağıya doğru, bütün genişliği içine alacak biçimde bakış.

M

Maket : Mimarlıkta, sanayide ve bazı sanat dallarında yer alan eserlerin taslak durumundaki küçük örneği.

P

Paralel : Aynı yönde fakat eşit mesafeler ile birbirinden ayrılmış, birbirini kesmeyen.

T

Tasarruf : Para biriktirme, artırım.

Y

Yalıtım : Elektrik, ses ve ısı akımını engelleme, izolasyon.

Z

Zam : Bir şeyin fiyatını artırma.

SEMBOLLER SÖZLÜĞÜ

$\mathbb{Z}$ tam sayılar
$\mathbb{Z}^+$ pozitif tam sayılar
$\mathbb{R}$ reel sayılar
$\mathbb{R}^+$ pozitif reel sayılar
$>$ büyüktür
$\geq$ büyük veya eşittir
$<$ küçüktür
$\leq$ küçük veya eşittir
$\in$ elemanıdır
$\notin$ elemanı değildir
$\approx$ yaklaşık olarak eşit

[a,b] a, b kapalı reel sayı aralığı
(a,b) a, b açık reel sayı aralığı
$^\circ$ derece
% yüzde
π pi, sabit sayı 3,14159…..
cm santimetre
cm^2 santimetrekare
cm^3 santimetreküp
m metre
m^2 metrekare
m^3 metreküp

km kilometre
km^2 kilometrekare

KAYNAKÇA

Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı (2018)
http://www.baskent.edu.tr/~tkaracay/etudio/agora/makale/satranc.html (23/02/2018, 13.24)
https://acikders.ankara.edu.tr/mod/resource/view.php?id=6989 (11/11/2017, 13.28)
http://www.giv.org.tr/userfiles/files/MALİYET%20sunu.pdf (13/11/2017, 16.28)
http://www.selcuk.edu.tr/dosyalar/files/074/ticari_matematik.pdf (27/11/2017, 14.11)
http://www.tcmb.gov.tr/wps/wcm/connect/22dbefd0.../Enflasyon_FiyatIstikrari.pdf? (28/12/2017, 09.37)
http://www.tdk.gov.tr/index.php?option=com_gts&arama=gts&guid=TDK.GTS.5a4f-64a1ee3d50.32193132 (24/01/2018, 14.02)
http://www.tcmb.gov.tr/wps/wcm/connect/0ce9fa91-e7f2-433c-b5bd-2ba67f35f2c4/TCMB-TerimlerSozlugu.pdf?MOD=AJPERES&CACHEID=0ce9fa91-e7f2-433c-b5bd-2ba67f35f2c4 (09/01/2018, 15.28)
http://www.tdk.gov.tr/index.php?option=com_bilimsanat&view=bilimsanat (22/01/2018, 13.25)
http://www.tdk.gov.tr/index.php?option=com_yazimkilavuzu&view=yazimkilavuzu (22/01/2018, 14.37)
http://www.tdk.gov.tr/index.php?option=com_bts&view=bts (22/01/2018, 17.05)
web.bilecik.edu.tr/sinan-esen/files/2011/05/ÖZEL-TÜKETİM-VERGİSİ.pdf (14/01/2018, 16.25)

GÖRSEL KAYNAKÇA

Görsel 1.3: Görsel tasarım uzmanı tarafından düzenlenmiştir.
Görsel 1.4: Görsel tasarım uzmanı tarafından düzenlenmiştir.
Hazırlık Çalışması Görsel 1: Shutterstock firmasından satın alınmıştır.
1.1, 1.2, 2.1, 3.1, 4.1, 4.2 numaralı görseller shutterstock firmasından satın alınmıştır.
Görsel 2.2: http://sinanpasamyo.aku.edu.tr/2016/03/11/kizilay-gezici-kan-bagisi-hizmeti/
Hazırlık Çalışması Görsel 2: Shutterstock firmasından satın alınmıştır.
Görsel 3.2: Görsel tasarım uzmanı tarafından düzenlenmiştir.
Görsel 3.3: Görsel tasarım uzmanı tarafından düzenlenmiştir.
Görsel 3.4: Görsel tasarım uzmanı tarafından düzenlenmiştir.
Görsel 3.5: Görsel tasarım uzmanı tarafından düzenlenmiştir.
Görsel 3.6: http://www.borhaber.net/images/upload/IMG-20160719-WA0000_804x1050.jpg (Erişim zamanı: 22.12.2017, 14.26)